

《草加っ子の基礎・基本》  
数学問題集

# 数学スイスイ3年生

～中学校3年生で必ず身につけたい計算の力～



中学校 3年 組 番

名前

草加市教育委員会

## めあてを書きましょう

保護者の皆様へ

### 「数学スイスイ３年生」について

数学は、学習してきたことを土台として学び、積み重ねていく教科です。そのため、今年度学習したことをきちんと身に付け、進級することが大切です。

この問題集は、草加市内の全ての中学３年生に基礎的な学習内容が確実に身に付くように、草加市算数・数学学力向上プロジェクトチームが作成し、市内全ての中学３年生に配布しました。

問題につきましては、「草加っ子の基礎・基本の基礎学力『計算』」で示される内容を中心に構成し、生徒が自主的に取り組む中で、ポイントが分かるようにしました。

学習の終わりや学期、年度の区切りなどで繰り返し取り組むことで、中学３年生で身に付けるべき基礎的な内容が確実に定着します。

学校の授業や補習の教材としてだけでなく、毎日の家庭学習においても繰り返しご活用ください。

# 目 次

## 1 章 多項式の計算…………… p.1 ～ 7

- 1 多項式と単項式の乗除 p.1
- 2 多項式の乗法 p.2 ～ 3
- 3 乗法公式 p.4
- 4 いろいろな式の展開 p.5 ～ 7

## 2 章 因数分解…………… p.8 ～ 15

- 1 因数分解 p.8
- 2 公式を利用する因数分解 p.9 ～ 12
- 3 いろいろな因数分解 p.13 ～ 15

## 3 章 平方根…………… p.16 ～ 17

- 1 平方根 p.16
- 2 無理数と有理数 p.17

## 4 章 根号をふくむ式の計算…………… p.18 ～ 28

- 1 根号をふくむ式の乗除 p.18 ～ 22
- 2 根号をふくむ式の加減 p.23 ～ 26
- 3 根号をふくむ式のいろいろな計算 p.26 ～ 28

## 5 章 2 次方程式…………… p.29 ～ 38

- 1 平方根の考えを使った解き方 p.29 ～ 32
- 2 2 次方程式の解の公式 p.33 ～ 34
- 3 因数分解による解き方 p.35 ～ 36
- 4 いろいろな 2 次方程式 p.36 ～ 38

## 6 章 関数 $y = ax^2$ …………… p.39 ～ 40

- 1 関数  $y = ax^2$  の式 p.39
- 2 関数  $y = ax^2$  の値の変化（変域） p.40

## 7 章 円…………… p.41

- 1 円周角の定理 p.41

## 8 章 三平方の定理…………… p.42

- 1 三平方の定理 p.42

## ● 確認問題…………… p.43 ～ 46

## ● 草加市数学検証問題…………… p.47

[平成 27 年度中学校第 3 学年 実施問題] (第 3 学年の内容)

# 1 多項式と単項式の乗除

## 【ポイント】

多項式と単項式の乗法や多項式を単項式でわる除法は、**分配法則**  $a(b+c) = ab+ac$  を使って計算できる。

### ●多項式と単項式の乗法

(教科書 P.8 を確認しよう。)

【例題】 次の計算をなさい。

$$\begin{aligned} (1) \quad & 3a(2a-5b) \\ &= 3a \times 2a - 3a \times 5b \quad \leftarrow \begin{array}{l} \text{分配法則を} \\ \text{使う} \end{array} \\ &= 6a^2 - 15ab \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) \quad & (3x-5y+7) \times (-2y) \\ &= 3x \times (-2y) - 5y \times (-2y) + 7 \times (-2y) \quad \leftarrow \begin{array}{l} \text{分配法則を} \\ \text{使う} \end{array} \\ &= -6xy + 10y^2 - 14y \end{aligned}$$

【問 1】 次の計算をなさい。

$$(1) \quad 4x(x-2y)$$

$$(2) \quad 2a(-a+6b)$$

$$(3) \quad (3x+4y-1) \times 5x$$

$$(4) \quad (a-b-2c) \times (-3b)$$

### ●多項式を単項式でわる除法

(教科書 P.9 を確認しよう。)

【例題】 次の計算をなさい。

$$\begin{aligned} (1) \quad & (6xy^2-8x^2y) \div 2x \\ &= (6xy^2-8x^2y) \times \frac{1}{2x} \quad \leftarrow \begin{array}{l} \text{除法を} \\ \text{乗法になおす} \end{array} \\ &= \frac{6xy^2}{2x} - \frac{8x^2y}{2x} \\ &= 3y^2 - 4xy \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) \quad & (2a^2+ab) \div \frac{1}{3}a \\ &= (2a^2+ab) \times \frac{3}{a} \quad \leftarrow \begin{array}{l} \text{除法を} \\ \text{乗法になおす} \end{array} \\ &= \frac{2a^2 \times 3}{a} + \frac{ab \times 3}{a} \\ &= 6a + 3b \end{aligned}$$

【問 2】 次の計算をなさい。

$$(1) \quad (12a^2b+4a) \div 4a$$

$$(2) \quad (9x^2y-6xy^2) \div (-3xy)$$

$$(3) \quad (3a^2-2ab) \div \frac{1}{2}a$$

$$(4) \quad (25x^2y+10xy^2) \div \frac{5}{2}xy$$

## 2 多項式の乗法

### ●やや複雑な計算

(教科書 P.11 を確認しよう。)

【例題】 次の計算をなさい。

$$\begin{aligned}
 & 3a(5a - 1) - 2a(8a + 3) \\
 &= 15a^2 - 3a - 16a^2 - 6a \\
 &= 15a^2 - 16a^2 - 3a - 6a \\
 &= -a^2 - 9a
 \end{aligned}$$

分配法則を使ってかっこをはずす  
項を並べかえる  
同類項をまとめる

【問 3】 次の計算をなさい。

$$(1) \quad 4a(2a + 5) - 3a(3a + 6) \qquad (2) \quad -3x(7x + 2) + 6x(4x + 1)$$

### 【ポイント】

単項式や多項式の積の形の式を、かっこをはずして単項式の和の形に表すことを、はじめの式を<sup>てんかい</sup>展開するという。

$$(a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd$$

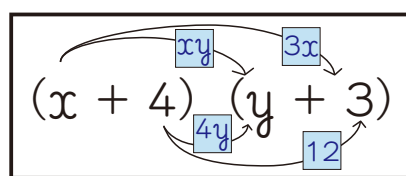
① ② ③ ④

### ●多項式と多項式の乗法

(教科書 P.12 を確認しよう。)

【例題】 次の式を展開しなさい。

$$\begin{aligned}
 (1) \quad & (x + 4)(y + 3) \\
 &= xy + 3x + 4y + 12
 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
 (2) \quad & (2x - 5)(x + 4) \\
 &= 2x^2 + 8x - 5x - 20 \leftarrow \text{同類項をまとめる。} \\
 &= 2x^2 + 3x - 20
 \end{aligned}$$

【問 4】 次の式を展開しなさい。

$$(1) \quad (x + 7)(y + 2) \qquad (2) \quad (a - 3)(b + 5)$$

$$(3) \quad (x - 2)(3x + 8) \qquad (4) \quad (3a - 1)(4a - 2)$$



## 練習問題

1 次の計算をなさい。

(1)  $2x(x + 3y)$

(2)  $3a(-4a + b)$

(3)  $5y(2x + 3y)$

(4)  $-a(a + 4b - 9)$

(5)  $(4a - 3b - 6) \times 2a$

(6)  $(3x + 2y - 5) \times (-7x)$

2 次の計算をなさい。

(1)  $(12x^2 - 8x) \div 4x$

(2)  $(6a^2b + 15ab^2) \div (-3a)$

(3)  $(2a^2 + ab) \div \frac{1}{2}a$

(4)  $(12x^2y - 30xy^2) \div \frac{6}{5}xy$

3 次の計算をなさい。

(1)  $3a(2a - 1) - 4a(a - 2)$

(2)  $-x(7x + 9) + 3x(4x + 3)$

4 次の式を展開しなさい。

(1)  $(x - 3)(y + 2)$

(2)  $(x + 10)(y - 10)$

(3)  $(x + 6)(2x - 1)$

(4)  $(3a + 9)(-a + 2)$

### 3 乗法公式

$$\langle \text{公式 1} \rangle \quad (x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$$

#### ● $x + a$ と $x + b$ の積

(教科書 P.14 を確認しよう。)

【例題】 次の式を展開しなさい。

$$\begin{aligned} (1) \quad & (x + 4)(x + 6) \\ &= x^2 + (4 + 6)x + 4 \times 6 \\ &= x^2 + 10x + 24 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) \quad & (x + 2)(x - 7) \\ &= x^2 + \{2 + (-7)\}x + 2 \times (-7) \\ &= x^2 - 5x - 14 \end{aligned}$$

【問 1】 次の式を展開しなさい。

$$(1) \quad (x + 2)(x + 1)$$

$$(2) \quad (x - 5)(x + 3)$$

$$\langle \text{公式 2} \rangle \quad (x + a)^2 = x^2 + 2ax + a^2$$

$$\langle \text{公式 3} \rangle \quad (x - a)^2 = x^2 - 2ax + a^2$$

#### ● 和の平方 差の平方

(教科書 P.15 を確認しよう。)

【例題】 次の式を展開しなさい。

$$\begin{aligned} (1) \quad & (x + 3)^2 \\ &= x^2 + 2 \times 3 \times x + 3^2 \\ &= x^2 + 6x + 9 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) \quad & (x - 6)^2 \\ &= x^2 - 2 \times 6 \times x + 6^2 \\ &= x^2 - 12x + 36 \end{aligned}$$

【問 2】 次の式を展開しなさい。

$$(1) \quad (x + 8)^2$$

$$(2) \quad (x - 7)^2$$

$$\langle \text{公式 4} \rangle \quad (x + a)(x - a) = x^2 - a^2$$

#### ● 和と差の積

(教科書 P.16 を確認しよう。)

【例題】 次の式を展開しなさい。

$$\begin{aligned} (1) \quad & (x + 5)(x - 5) \\ &= x^2 - 5^2 \\ &= x^2 - 25 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) \quad & (7 - x)(7 + x) \\ &= 7^2 - x^2 \\ &= 49 - x^2 \end{aligned}$$

【問 3】 次の式を展開しなさい。

$$(1) \quad (x + 7)(x - 7)$$

$$(2) \quad (6 - x)(6 + x)$$

## 4 いろいろな式の展開

### ●いろいろな式の展開

(教科書 P.18 を確認しよう。)

【例題】 次の式を展開しなさい。

$$\begin{aligned} \textcircled{1} \quad & (3x + 2)(3x + 5) \\ &= (3x)^2 + (2 + 5) \times 3x + 2 \times 5 \\ &= 9x^2 + 21x + 10 \end{aligned}$$

← 公式 1 を利用  
 $3x = A$  とおくと  
 $= (A + 2)(A + 5) = A^2 + 7A + 10$

$$\begin{aligned} \textcircled{2} \quad & (5a + 3b)^2 \\ &= (5a)^2 + 2 \times 3b \times 5a + (3b)^2 \\ &= 25a^2 + 30ab + 9b^2 \end{aligned}$$

← 公式 2 を利用  
 $5a = A, 3b = B$  とおくと  
 $(A + B)^2 = A^2 + 2AB + B^2$

【問 1】 次の式を展開しなさい。

(1)  $(2a - 5)(2a + 8)$

(2)  $(3x + y)^2$

(3)  $(2x - 5y)^2$

(4)  $(4x + 9y)(4x - 9y)$

### ●式の展開と加法、減法を組み合わせた式の計算

(教科書 P.19 を確認しよう。)

【例題】 次の計算をしなさい。

$$\begin{aligned} & \underbrace{(3x - 7)(3x + 1)}_{\text{公式 1 で展開}} - 2 \underbrace{(x - 3)^2}_{\text{公式 3 で展開}} \\ &= 9x^2 - 18x - 7 - 2(x^2 - 6x + 9) \\ &= 9x^2 - 18x - 7 - 2x^2 + 12x - 18 \\ &= 7x^2 - 6x - 25 \end{aligned}$$

【問 2】 次の計算をしなさい。

(1)  $(x + 6)^2 + (x - 8)(x + 2)$

(2)  $3(a + 7)(a - 1) - (2a + 5)(2a - 5)$



## 練習問題 1

1 次の式を展開しなさい。

(1)  $(x - 9)(x - 2)$

(2)  $(x + 6)(x + 3)$

(3)  $(a + 8)(a - 3)$

(4)  $(x - 7)(x + 2)$

2 次の式を展開しなさい。

(1)  $(x + 4)^2$

(2)  $(y - 10)^2$

3 次の式を展開しなさい。

(1)  $(x - 3)(x + 3)$

(2)  $(m + 6)(m - 6)$

4 次の式を展開しなさい。

(1)  $(6a + 1)(6a + 4)$

(2)  $(2x + 7y)^2$

(3)  $(4a - 3b)^2$

(4)  $(5a + 8b)(8b - 5a)$

(5)  $2(x + 3)(x - 6) - (x + 2)(x - 2)$

## 練習問題2

1 次の計算をなさい。

(1)  $2x(6x - 7)$

(2)  $(4a + b) \times (-5a)$

(3)  $(21ab - 49a) \div 7a$

(4)  $(40m^2n + 24mn^2) \div 8mn$

2 次の式を展開しなさい。

(1)  $(a + 10)(b - 3)$

(2)  $(x - 2)(3x + 8)$

(3)  $(y - 3)(y - 4)$

(4)  $(6x + y)^2$

(5)  $(7a + b)(7a - b)$

(6)  $(3a - 8b)^2$

3 次の計算をなさい。

(1)  $(x + 9)(x - 9) + 2(x + 5)^2$

(2)  $(2x + 3)^2 - 3(x + 1)(x + 3)$

(3)  $(\frac{1}{3}x - 10)(\frac{1}{3}x + 4)$

# 1 因数分解

## ● 因数分解

### 【ポイント】

$2xy = 2 \times x \times y$  となり,  $2xy$  を 2 と  $x$  と  $y$  の積で表している。  
このとき, 2 と  $x$  と  $y$  を  $2xy$  の<sup>いんすう</sup>因数という。

$x^2 + 5x + 6 = (x + 3)(x + 2)$  となり,  
 $x^2 + 5x + 6$  を  $x + 3$  と  $x + 2$  の積で表している。  
このとき,  $x + 3$  と  $x + 2$  を  $x^2 + 5x + 6$  の<sup>いんすう</sup>因数という。

$x^2 + 5x + 6 = (x + 3)(x + 2)$  のように,  
多項式をいくつかの因数の積として表すことを, その多項式を<sup>いんすうぶんかい</sup>因数分解するという。

$$\begin{array}{ccc}
 & \xrightarrow{\text{因数分解}} & \\
 x^2 + 5x + 6 & \longleftrightarrow & (x + 3)(x + 2) \\
 & \xleftarrow{\text{展開}} &
 \end{array}$$

## ● 共通因数

### 【ポイント】

多項式の各項に共通な因数があるとき, それをかっこの外にくくり出して  
式を因数分解することができる。

(教科書 P.23 を確認しよう。)

【例題】 次の式を因数分解しなさい。

$$(1) \quad xy^2 + 2y$$

$$\begin{aligned}
 &= x \times y \times \textcolor{blue}{y} + 2 \times \textcolor{blue}{y} \\
 &= \textcolor{blue}{y} (xy + 2)
 \end{aligned}$$

$$(2) \quad 9ab^2 - 6a^2b$$

$$\begin{aligned}
 &= \textcolor{blue}{3} \times 3 \times \textcolor{blue}{a} \times \textcolor{blue}{b} \times b - \textcolor{blue}{3} \times 2 \times \textcolor{blue}{a} \times a \times \textcolor{blue}{b} \\
 &= \textcolor{blue}{3ab} (3b - 2a)
 \end{aligned}$$

【問】 次の式を因数分解しなさい。

$$(1) \quad ax + bx$$

$$(2) \quad 2x^2 - 4x$$

$$(3) \quad 3x^2y + 6x$$

$$(4) \quad x^2y - xy^2$$

$$(5) \quad 9xy^2 - 6x^2y$$

$$(6) \quad 2a^2x^2 - 4ax^2 + 6a^2x$$

## 2 公式を利用する因数分解

〈公式 1〉  $x^2 + (a + b)x + ab = (x + a)(x + b)$

### ●多項式を因数分解する 公式 1'

(教科書 P.24 を確認しよう。)

#### 【例題】

(1)  $x^2 + 6x + 8$  を因数分解しなさい。

$x^2 + 6x + 8$  は、公式 1' で

$$a + b = 6, ab = 8$$

したがって、和が 6、積が 8 になる数  $a, b$  をみつけばよい。

2 つの数の積が 8 になる数の組のうち

和が 6 になるのは、2 と 4 であるから、

$$x^2 + 6x + 8 = (x + 2)(x + 4)$$

|         |                |       |           |
|---------|----------------|-------|-----------|
| $x^2 +$ | 和<br>$(a + b)$ | $x +$ | 積<br>$ab$ |
| $x^2 +$ | 6              | $x +$ | 8         |
| 積が 8    |                | 和が 6  |           |
| 1,      | 8              |       | ×         |
| -1,     | -8             |       | ×         |
| 2,      | 4              |       | ○         |
| -2,     | -4             |       | ×         |

(2)  $x^2 - 2x - 15$  を因数分解しなさい。

$x^2 - 2x - 15$  は公式 1' で

$$a + b = -2, ab = -15$$

したがって、和が -2、積が -15 になる数  $a, b$  をみつけばよい。

2 つの数の積が -15 になる数の組のうち

和が -2 になるのは、3, -5 であるから

$$x^2 - 2x - 15 = (x + 3)(x - 5)$$

|         |                |       |           |
|---------|----------------|-------|-----------|
| $x^2 +$ | 和<br>$(a + b)$ | $x +$ | 積<br>$ab$ |
| $x^2 +$ | -2             | $x +$ | -15       |
| 積が -15  |                | 和が -2 |           |
| -1,     | 15             |       | ×         |
| 1,      | -15            |       | ×         |
| -3,     | 5              |       | ×         |
| 3,      | -5             |       | ○         |

【問】 次の式を因数分解しなさい。

(1)  $x^2 + 5x + 4$

(2)  $x^2 + 7x + 10$

(3)  $x^2 + 8x + 15$

(4)  $x^2 - x - 12$

(5)  $x^2 - 2x - 35$

(6)  $x^2 + 6x - 27$

(7)  $x^2 + 14x - 15$

(8)  $x^2 - 9x + 20$

(9)  $x^2 - 6x + 8$

(10)  $x^2 + x - 42$

〈公式 2'〉  $x^2 + 2ax + a^2 = (x + a)^2$

〈公式 3'〉  $x^2 - 2ax + a^2 = (x - a)^2$

●多項式を因数分解する 公式 2' 公式 3'

(教科書 P.25 を確認しよう。)

【例題】

(1)  $x^2 + 6x + 9$  を因数分解しなさい。

$$6 = 2 \times 3, 9 = 3^2$$

であるから、公式 2' を利用して

$$\begin{aligned} & x^2 + 6x + 9 \\ &= x^2 + 2 \times 3 \times x + 3^2 \\ &= (x + 3)^2 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{c} x^2 + 6x + 9 \\ \vdots \quad \vdots \\ 2 \times 3 \quad 3^2 \end{array}$$

(2)  $x^2 - 8x + 16$  を因数分解しなさい。

$$8 = 2 \times 4, 16 = 4^2$$

であるから、公式 3' を利用して

$$\begin{aligned} & x^2 - 8x + 16 \\ &= x^2 - 2 \times 4 \times x + 4^2 \\ &= (x - 4)^2 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{c} x^2 - 8x + 16 \\ \vdots \quad \vdots \\ 2 \times 4 \quad 4^2 \end{array}$$

【問】 次の式を因数分解しなさい。

(1)  $x^2 + 2x + 1$

(2)  $x^2 + 8x + 16$

(3)  $x^2 - 14x + 49$

(4)  $a^2 - 20a + 100$

(5)  $x^2 - 10x + 25$

(6)  $x^2 + 12x + 36$

(7)  $y^2 + 16y + 64$

(8)  $x^2 + 4x + 4$

(9)  $x^2 - 18x + 81$

(10)  $x^2 - 6x + 9$

〈公式 4'〉  $x^2 - a^2 = (x + a)(x - a)$

●多項式を因数分解する 公式 4'

(教科書 P.26 を確認しよう。)

【例題】  $x^2 - 9$  を因数分解しなさい。

$$\begin{aligned}x^2 - 9 &= x^2 - 3^2 \\ &= (x + 3)(x - 3)\end{aligned}$$

【問】 次の式を因数分解しなさい。

(1)  $x^2 - 25$

(2)  $x^2 - 36$

(3)  $x^2 - 81$

(4)  $b^2 - a^2$

(5)  $16 - x^2$

(6)  $x^2 - 169$

練習問題

1 次の式を因数分解しなさい。

(1)  $x^2 + 5x$

(2)  $3ab - 12b$

(3)  $a^2 - 26a + 48$

(4)  $y^2 - 12y + 11$

(5)  $x^2 - 2x + 1$

(6)  $y^2 + 12y + 36$

(7)  $y^2 - 16$

(8)  $-4 + x^2$



## 練習問題

2 次の式を因数分解しなさい。

(1)  $6x^2 - 3x$

(2)  $2ab + 2bc - 6b$

(3)  $x^2 - 3x - 40$

(4)  $x^2 - 9x + 8$

(5)  $x^2 + 14x + 49$

(6)  $a^2 - 1$

3 次の式を因数分解しなさい。

(1)  $4a^2b - 6ab^2 + 2ab$

(2)  $x^2 - 11x - 42$

(3)  $x^2 - 22x + 40$

(4)  $y^2 + 13y + 40$

(5)  $x^2 - x - 2$

(6)  $1 - y^2$

(7)  $pm - qm$

(8)  $y^2 + 20y + 100$

(9)  $x^2 - 8x + 16$

(10)  $x^2 - \frac{1}{25}$

### 3 いろいろな因数分解

#### ●いろいろな式の因数分解

(教科書 P.27 を確認しよう。)

【例題】  $4x^2 - 4x - 24$  を因数分解しなさい。

$$\begin{aligned} & 4x^2 - 4x - 24 \\ &= 4(x^2 - x - 6) \\ &= 4(x - 3)(x + 2) \end{aligned}$$

共通な因数をくくり出す  
かっこの中を因数分解する (公式 1' の利用)

【例題】  $5x^2 - 45$  を因数分解しなさい。

$$\begin{aligned} & 5x^2 - 45 \\ &= 5(x^2 - 9) \\ &= 5(x + 3)(x - 3) \end{aligned}$$

共通な因数をくくり出す  
かっこの中を因数分解する (公式 4' の利用)

【問】 次の式を因数分解しなさい。

(1)  $5a^2 + 5a - 60$

(2)  $-3x^2 - 18x + 48$

(3)  $9y^2 + 18y + 9$

(4)  $6a^2 + 6a - 36$

(5)  $-18x^2 + 2$

(6)  $x^2y - 2xy - 35y$

(7)  $ax^2 + 3ax - 10a$

(8)  $a^2x - b^2x$

(9)  $2x^2 - 8x + 8$

(10)  $4x^2 - 24x + 20$

(教科書 P.27 を確認しよう。)

【例題】

(1)  $4x^2 + 4x + 1$  を因数分解しなさい。

$$\begin{aligned} & 4x^2 + 4x + 1 \\ &= (\textcolor{teal}{2x})^2 + 2 \times 1 \times \textcolor{teal}{2x} + 1^2 \quad \begin{cases} \text{2x = X において, } 4x^2 + 4x + 1 = X^2 + 2X + 1 \text{ とみる} \\ \text{公式 2' の利用} \end{cases} \\ &= (\textcolor{teal}{2x} + 1)^2 \quad X^2 + 2X + 1 = (X + 1)^2 \end{aligned}$$

(2)  $x^2 - 8xy + 16y^2$  を因数分解しなさい。

$$\begin{aligned} & x^2 - 8xy + 16y^2 \\ &= x^2 - 2 \times \textcolor{teal}{4y} \times x + (\textcolor{teal}{4y})^2 \quad \begin{cases} \text{4y = A において, } x^2 - 8xy + 16y^2 = X^2 - 2A + A^2 \text{ とみる} \\ \text{公式 3' の利用} \end{cases} \\ &= (x - \textcolor{teal}{4y})^2 \quad X^2 - 2A + A^2 = (X - A)^2 \end{aligned}$$

【問 1】 次の式を因数分解しなさい。

(1)  $4a^2 + 4a + 1$

(2)  $x^2 + 8xy + 16y^2$

(3)  $9y^2 + 6y + 1$

(4)  $4a^2 + 12ab + 9b^2$

(教科書 P.27 を確認しよう。)

【例題】  $9x^2 - 4y^2$  を因数分解しなさい。

$$\begin{aligned} & 9x^2 - 4y^2 \\ &= (3x)^2 - (2y)^2 \\ &= (3x + 2y)(3x - 2y) \quad \begin{cases} \text{公式 4' の利用} \end{cases} \quad x^2 - a^2 = (x + a)(x - a) \end{aligned}$$

【問 2】 次の式を因数分解しなさい。

(1)  $4x^2 - 25y^2$

(2)  $100y^2 - 1$

(3)  $49 - 9a^2$

(4)  $-16x^2 + 25y^2$



## 練習問題

1 次の式を因数分解しなさい。

(1)  $8m^2n + 4mn$

(2)  $x^2 + 6x - 7$

(3)  $x^2 - 12x + 27$

(4)  $y^2 - 2y + 1$

(5)  $x^2 + 18x + 81$

(6)  $1 - 64a^2$

(7)  $3x^2 - 12x - 36$

(8)  $ab^2 - 9a$

(9)  $49x^2 - 9y^2$

(10)  $x^2 - 14xy + 49y^2$

(11)  $3x^2 + 18x + 15$

(12)  $4x^2 + 16x + 16$

# 1 平方根

## ● 2乗して $a$ になる数

### 【ポイント】

ある数  $x$  を2乗すると  $a$  になるとき、すなわち、 $x^2 = a$  であるとき  $x$  を  $a$  の<sup>へいほうこん</sup>平方根という。

- 正の数には平方根が2つあって、絶対値が等しく、符号が異なる。
- 0の平方根は0だけである。
- 負の数には平方根はない。

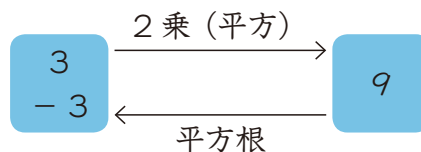
(教科書 P.41 を確認しよう。)

【例題】 9の平方根をいいなさい。

$$3^2 = 9, (-3)^2 = 9$$

であるから、9の平方根は、3と-3である。

(3と-3を2つまとめて、 $\pm 3$ と書いてもよい)



【問1】 次の数の平方根をいいなさい。

(1) 16

(2) 49

(3)  $\frac{4}{25}$

(4) 0.25

### 【ポイント】

$a$  が正の数であるとき、 $a$  の2つの平方根のうち

正のほうを  $\sqrt{a}$  (ルート  $a$ )

負のほうを  $-\sqrt{a}$  (マイナスルート  $a$ )

と書く。

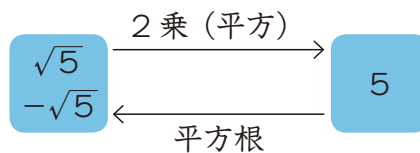
この記号 $\sqrt{\quad}$ を<sup>こんごう</sup>根号という。

2つをまとめて  
 $\pm\sqrt{a}$  (プラスマイナスルート  $a$ )  
と書くこともある。

(教科書 P.42 を確認しよう。)

【例題】 5の平方根をいいなさい。

$$\sqrt{5} \text{ と } -\sqrt{5} \text{ (}\pm\sqrt{5}\text{)}$$



【問2】 次の数の平方根をいいなさい。

(1) 3

(2) 10

(3) 0.5

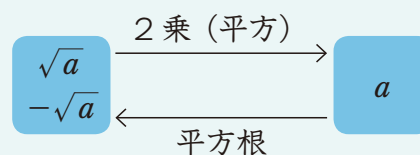
(4)  $\frac{2}{3}$

### 【ポイント】

一般に、 $a$  を正の数とすると、次の式が成り立つ。

$$(\sqrt{a})^2 = a$$

$$(-\sqrt{a})^2 = a$$



(教科書 P.43 を確認しよう。)

【例題】  $\sqrt{16}$  と  $-\sqrt{16}$  を根号を使わずに表しなさい。

$\sqrt{16}$  は、16 の平方根の正の方であるから

$$\sqrt{16} = 4$$

$-\sqrt{16}$  は 16 の平方根の負の方であるから

$$-\sqrt{16} = -4$$

$16 = 4^2$ ,  $16 = (-4)^2$   
であるから  
16 の平方根は  $\pm 4$

【問 1】 次の数を根号を使わずに表しなさい。

(1)  $\sqrt{36}$

(2)  $-\sqrt{81}$

## 2 無理数と有理数

### 【ポイント】

$5 = \frac{5}{1}$ ,  $0.6 = \frac{3}{5}$  のように、 $a$  を整数、 $b$  を 0 でない整数としたとき、

$\frac{a}{b}$  と表すことができる数を<sup>ゆうりすう</sup>有理数という。

いっぽう、 $\sqrt{2}$  のように、分数で表すことのできない数を<sup>むりすう</sup>無理数という。

$n$  が自然数のときの  $\sqrt{n}$  は、 $n$  が 9 や 16 のように、自然数の 2 乗になっているとき以外は無理数である。

また、円周率  $\pi$  も無理数である。

(例)  $-\sqrt{3}$ ,  $\sqrt{10}$ ,  $\pi$   $\longrightarrow$  無理数

$\sqrt{9} = \sqrt{3^2} = 3$   
 $\sqrt{16} = \sqrt{4^2} = 4$  }  $\longrightarrow$  有理数

(教科書 P.44 を確認しよう。)

【問 2】 次の数のなかから、無理数を選びなさい。

㊦  $-3$

㊦  $0.5$

㊦  $\sqrt{20}$

㊦  $\sqrt{64}$

# 1 根号をふくむ式の乗除

## ●平方根の乗法

### 【ポイント】

$a, b$  を正の数とするとき

$$\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{ab}, \quad \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}, \quad \sqrt{a^2} = a$$

(教科書 P.50 を確認しよう。)

【例題】 次の計算をなさい。

$$(1) \sqrt{3} \times \sqrt{5}$$

$$= \sqrt{3 \times 5}$$

$$= \sqrt{15}$$

$$(2) \frac{\sqrt{12}}{\sqrt{3}} = \sqrt{\frac{12}{3}}$$

$$= \sqrt{4}$$

$$= \sqrt{2^2}$$

$$= 2$$

【問 1】 次の計算をなさい。

$$(1) \sqrt{3} \times \sqrt{2}$$

$$(2) \sqrt{6} \times \sqrt{5}$$

$$(3) \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{2}}$$

$$(4) \sqrt{125} \div \sqrt{5}$$

(教科書 P.50 を確認しよう。)

【例題】 次の数を  $\sqrt{a}$  の形に表しなさい。

$$3\sqrt{5} = \sqrt{9} \times \sqrt{5}$$

$$= \sqrt{9 \times 5}$$

$$= \sqrt{45}$$

$$\langle \text{別解} \rangle 3\sqrt{5} = \sqrt{3^2 \times 5}$$

$$= \sqrt{9 \times 5}$$

$$= \sqrt{45}$$

【問 2】 次の数を  $\sqrt{a}$  の形に表しなさい。

$$(1) 2\sqrt{3}$$

$$(2) 3\sqrt{2}$$

$$(3) 4\sqrt{3}$$

$$(4) 2\sqrt{5}$$



## 練習問題

1 次の計算をなさい。

(1)  $\sqrt{7} \times \sqrt{5}$

(2)  $\sqrt{3} \times \sqrt{5}$

(3)  $\sqrt{2} \times \sqrt{7}$

(4)  $\sqrt{2} \times \sqrt{8}$

(5)  $\sqrt{12} \div \sqrt{3}$

(6)  $\sqrt{18} \div \sqrt{2}$

(7)  $\frac{\sqrt{20}}{\sqrt{5}}$

(8)  $\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{3}}$

2 次の数を $\sqrt{a}$ の形に表しなさい。

(1)  $2\sqrt{2}$

(2)  $3\sqrt{3}$

(3)  $4\sqrt{5}$

(4)  $5\sqrt{2}$

(5)  $3\sqrt{6}$

(6)  $6\sqrt{3}$

### 【ポイント】

根号の中の数が、ある数の2乗との積になっているときは、変形をして根号の中の数はできるだけ小さい自然数にしておく。

$$\sqrt{a^2 \times b} = a\sqrt{b}$$

### ●根号のついた数の変形

(教科書 P.51 を確認しよう。)

【例題】 次の数を  $a\sqrt{b}$  の形に表しなさい。

$$\begin{aligned}(1) \quad \sqrt{18} &= \sqrt{9} \times 2 \\ &= \sqrt{9} \times \sqrt{2} \\ &= 3\sqrt{2}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(2) \quad \sqrt{72} &= \sqrt{2^3 \times 3^2} \quad \leftarrow \text{素因数分解する} \\ &= \sqrt{2^2} \times \sqrt{3^2} \times \sqrt{2} \\ &= 2 \times 3 \times \sqrt{2} \\ &= 6\sqrt{2}\end{aligned}$$

$\begin{array}{r} 2 \overline{)72} \\ 2 \overline{)36} \\ 2 \overline{)18} \\ 3 \overline{)9} \\ 3 \end{array}$

【問1】 次の数を  $a\sqrt{b}$  の形に表しなさい。

(1)  $\sqrt{8}$

(2)  $\sqrt{45}$

(3)  $\sqrt{24}$

(4)  $\sqrt{48}$

(5)  $\sqrt{75}$

(6)  $\sqrt{300}$

### ●根号をふくむ式の乗法

(教科書 P.54 を確認しよう。)

【例題】 次の計算をしなさい。

$$\begin{aligned}(1) \quad \sqrt{18} \times \sqrt{12} \\ &= 3\sqrt{2} \times 2\sqrt{3} \\ &= 3 \times 2 \times \sqrt{2} \times \sqrt{3} \\ &= 6\sqrt{6}\end{aligned}$$

←  $a\sqrt{b}$  の形にする。  
← 整数と根号の中の数字をまとめる。

$$\begin{aligned}(2) \quad \sqrt{10} \times \sqrt{14} \\ &= \sqrt{2 \times 5} \times \sqrt{2 \times 7} \\ &= \sqrt{2 \times 5 \times 2 \times 7} \\ &= \sqrt{2^2 \times 5 \times 7} \\ &= \sqrt{2^2} \times \sqrt{5 \times 7} \\ &= 2\sqrt{35}\end{aligned}$$

←  $a\sqrt{b}$  の形にできない。  
← 根号の中の数を素因数分解するとよい。

【問2】 次の計算をしなさい。

(1)  $\sqrt{12} \times \sqrt{45}$

(2)  $\sqrt{14} \times \sqrt{35}$



## 練習問題

1  $a\sqrt{b}$  の形に表しなさい。

(1)  $\sqrt{12}$

(2)  $\sqrt{27}$

(3)  $\sqrt{50}$

(4)  $\sqrt{32}$

(5)  $\sqrt{20}$

(6)  $\sqrt{54}$

2 次の計算をしなさい。

(1)  $\sqrt{5} \times \sqrt{8}$

(2)  $\sqrt{2} \times \sqrt{12}$

(3)  $\sqrt{12} \times \sqrt{28}$

(4)  $\sqrt{18} \times \sqrt{54}$

(5)  $\sqrt{6} \times \sqrt{54}$

(6)  $\sqrt{15} \times \sqrt{10}$

(7)  $\sqrt{42} \times \sqrt{35}$

(8)  $\sqrt{33} \times \sqrt{44}$

## ●分母の有理化

### 【ポイント】

分母と分子に分母と同じ根号の数をかけると、  
分母に根号がない形に表すことができる。

分母に根号がない形に表すことを分母を**有理化する**という。

$$\begin{aligned}\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} &= \frac{\sqrt{a} \times \sqrt{b}}{\sqrt{b} \times \sqrt{b}} \\ &= \frac{\sqrt{ab}}{b}\end{aligned}$$

(教科書 P.53 を確認しよう。)

【例題】 次の数を分母に根号がない形に表しなさい。

$$\begin{aligned}(1) \quad \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} &= \frac{\sqrt{3} \times \sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} \\ &= \frac{\sqrt{6}}{2}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(2) \quad \frac{2}{3\sqrt{6}} &= \frac{2 \times \sqrt{6}}{3\sqrt{6} \times \sqrt{6}} \\ &= \frac{2 \times \sqrt{6}}{3 \times 6} \\ &= \frac{\sqrt{6}}{9}\end{aligned}$$

【問 1】 次の数を分母に根号のない形に表しなさい。

$$(1) \quad \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}}$$

$$(2) \quad \frac{1}{2\sqrt{3}}$$

【問 2】 次の分母を有理化しなさい。

$$(1) \quad \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}}$$

$$(2) \quad \frac{1}{2\sqrt{3}}$$

$$(3) \quad \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$(4) \quad \frac{3}{\sqrt{6}}$$

## 2 根号をふくむ式の加減

### 【ポイント】

同じ数の平方根をふくんだ式は，同類項をまとめるのと同じようにして簡単にすることができる。

### ●平方根の加法・減法

(教科書 P.55 を確認しよう。)

#### 【例題】

$$\begin{aligned}(1) \quad & 3\sqrt{2} + 4\sqrt{2} \\ &= (3 + 4)\sqrt{2} \\ &= 7\sqrt{2}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(2) \quad & \sqrt{3} - 2\sqrt{3} \\ &= (1 - 2)\sqrt{3} \\ &= -\sqrt{3}\end{aligned}$$

【問 1】 次の計算をなさい。

$$(1) \quad 7\sqrt{6} + 2\sqrt{6}$$

$$(2) \quad 5\sqrt{3} - \sqrt{3}$$

(教科書 P.56 を確認しよう。)

【例題】 次の計算をなさい。

$$\begin{aligned}& 4\sqrt{5} + 3\sqrt{2} - 2\sqrt{5} + 4\sqrt{2} \\ &= 4\sqrt{5} - 2\sqrt{5} + 3\sqrt{2} + 4\sqrt{2} \\ &= (4 - 2)\sqrt{5} + (3 + 4)\sqrt{2} \\ &= 2\sqrt{5} + 7\sqrt{2}\end{aligned}$$

← 根号の中の数が同じものをまとめる。

← 答えの  $2\sqrt{5} + 7\sqrt{2}$  は，これ以上簡単にならないが 1 つの数を表している。

【問 2】 次の計算をなさい。

$$(1) \quad 4\sqrt{3} - 4\sqrt{6} - 2\sqrt{3} + 8\sqrt{6}$$

$$(2) \quad 5\sqrt{5} + \sqrt{7} - 2\sqrt{5} - 5\sqrt{7}$$



## 練習問題

1 次の計算をしなさい。

(1)  $\sqrt{6} + 5\sqrt{6}$

(2)  $3\sqrt{5} + 2\sqrt{5}$

(3)  $4\sqrt{3} - 7\sqrt{3}$

(4)  $6\sqrt{7} - 5\sqrt{7}$

(5)  $3\sqrt{10} - 6\sqrt{10} + 2\sqrt{10}$

(6)  $2\sqrt{2} + 3\sqrt{2} - 5\sqrt{2}$

(7)  $2\sqrt{5} - \sqrt{3} + 4\sqrt{5}$

(8)  $7\sqrt{11} - 11\sqrt{15} + 8\sqrt{15}$

(9)  $3\sqrt{7} - 2 + 5\sqrt{7} + 3$

(10)  $8 + 7\sqrt{6} + 2 - 6\sqrt{6}$

(11)  $7\sqrt{2} + 8\sqrt{2} - 5\sqrt{3} + 3\sqrt{3}$

(12)  $6\sqrt{6} + \sqrt{7} + \sqrt{6} + \sqrt{7}$

(13)  $3\sqrt{3} + 6\sqrt{5} + 9\sqrt{3} - \sqrt{5}$

(14)  $4\sqrt{5} - 4\sqrt{7} + 5\sqrt{5} - \sqrt{7}$

**【ポイント】**

根号の中の数が異なる場合にも、 $a\sqrt{b}$  の形に変形することによって、  
加法や減法が計算できるようになるものがある。

(教科書 P.56 を確認しよう。)

**【例題】** 次の計算をなさい。

$$\begin{aligned}\sqrt{12} + \sqrt{27} &= 2\sqrt{3} + 3\sqrt{3} \\ &= (2 + 3)\sqrt{3} \\ &= 5\sqrt{3}\end{aligned}$$

**【問 1】** 次の計算をなさい。

(1)  $\sqrt{8} - \sqrt{18}$

(2)  $\sqrt{20} + \sqrt{45}$

**【問 2】** 次の計算をなさい。

(1)  $\sqrt{12} + \sqrt{48}$

(2)  $\sqrt{12} - \sqrt{75}$

(3)  $3\sqrt{12} - \sqrt{27}$

(4)  $\sqrt{18} - \sqrt{2}$

(5)  $\sqrt{18} + \sqrt{50} - \sqrt{32}$

(6)  $\sqrt{63} + \sqrt{28}$

**【ポイント】**

分母に根号をふくむ式は、分母を有理化してから計算する。

(教科書 P.57 を確認しよう。)

**【例題】**

$$\begin{aligned}
 (1) \quad & 5\sqrt{3} + \frac{6}{\sqrt{3}} \\
 &= 5\sqrt{3} + \frac{6\sqrt{3}}{3} \\
 &= 5\sqrt{3} + 2\sqrt{3} \\
 &= 7\sqrt{3}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (2) \quad & \frac{\sqrt{18}}{2} + \frac{1}{\sqrt{2}} \\
 &= \frac{3\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} \\
 &= \frac{4\sqrt{2}}{2} \\
 &= 2\sqrt{2}
 \end{aligned}$$

【問 1】 次の計算をなさい。

$$(1) \quad 5\sqrt{2} + \frac{2}{\sqrt{2}}$$

$$(2) \quad \frac{\sqrt{5}}{2} - \frac{1}{\sqrt{5}}$$

### 3 根号をふくむ式のいろいろな計算

**【ポイント】**

根号をふくむ式も、分配法則を使って計算することができる。

(教科書 P.58 を確認しよう。)

【例題】 次の計算をなさい。

$$\begin{aligned}
 (1) \quad & \sqrt{3}(\sqrt{5} + 2) \\
 &= \sqrt{3} \times \sqrt{5} + \sqrt{3} \times 2 \quad \text{分配法則} \\
 &= \sqrt{15} + 2\sqrt{3}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (2) \quad & \sqrt{2}(\sqrt{6} - 5) \\
 &= \sqrt{2} \times \sqrt{6} - \sqrt{2} \times 5 \quad \text{分配法則} \\
 &= \sqrt{2} \times \sqrt{2} \times \sqrt{3} - 5\sqrt{2} \\
 &= 2\sqrt{3} - 5\sqrt{2}
 \end{aligned}$$

【問 2】 次の計算をなさい。

$$(1) \quad \sqrt{3}(\sqrt{5} + 1)$$

$$(2) \quad \sqrt{3}(\sqrt{6} - 3)$$



## 練習問題

1 次の計算をなさい。

$$(1) \quad 5\sqrt{2} + \frac{4}{\sqrt{2}}$$

$$(2) \quad \frac{\sqrt{24}}{3} - \frac{1}{\sqrt{6}}$$

$$(3) \quad \sqrt{5} - \frac{2}{\sqrt{5}}$$

$$(4) \quad 2\sqrt{3} + \frac{3}{\sqrt{3}}$$

$$(5) \quad \sqrt{5} (\sqrt{6} - \sqrt{2})$$

$$(6) \quad \sqrt{3} (\sqrt{3} + \sqrt{2})$$

$$(7) \quad \sqrt{2} (1 - 3\sqrt{2})$$

$$(8) \quad \sqrt{3} (-\sqrt{6} + 7)$$

$$(9) \quad \sqrt{3} (\sqrt{12} + 2\sqrt{18})$$

$$(10) \quad (2 + \sqrt{27}) \times \sqrt{12}$$

**【ポイント】**

根号をふくむ式も、乗法公式を使って、計算することができる。

(教科書 P.54 を確認しよう。)

【例題】 次の計算をなさい。

$$\begin{aligned} & (\sqrt{3} + 2)(\sqrt{3} + 5) \\ &= (\sqrt{3})^2 + (2 + 5)\sqrt{3} + 2 \times 5 \quad \curvearrowright \text{乗法公式 1 } (x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab \\ &= 3 + 7\sqrt{3} + 10 \\ &= 13 + 7\sqrt{3} \end{aligned}$$

【問 1】 次の計算をなさい。

(1)  $(\sqrt{2} + 3)(\sqrt{2} - 9)$

(2)  $(\sqrt{7} + \sqrt{3})(\sqrt{7} - \sqrt{3})$

【問 2】 次の計算をなさい。

(1)  $(\sqrt{5} - 8)(\sqrt{5} - 1)$

(2)  $(\sqrt{3} + 6)^2$

(3)  $(\sqrt{6} - 2)(\sqrt{6} - 1)$

(4)  $(2\sqrt{3} - \sqrt{7})^2$

# 1 平方根の考えを使った解き方

## 【ポイント】

移行して整理することによって

$$ax^2 + bx + c = 0$$

の形に変形できる方程式を **2 次方程式** という。

2 次方程式を成り立たせる文字の値を、その方程式の **解** という。

2 次方程式の解をすべて求めることを、2 次方程式を **解く** という。

### ● $ax^2 + c = 0$ の形をした 2 次方程式

(教科書 P.70 を確認しよう。)

【例題】  $x^2 - 3 = 0$  を解きなさい。

$$x^2 - 3 = 0$$

$$x^2 = 3$$

$$x = \pm\sqrt{3}$$

→ 右辺に数字を移項する。

→ 右辺の平方根を考える。

【問 1】 次の方程式を解きなさい。

(1)  $x^2 - 10 = 0$

(2)  $x^2 - 8 = 0$

(教科書 P.70 を確認しよう。)

【例題】  $9x^2 - 7 = 0$  を解きなさい。

$$9x^2 - 7 = 0$$

$$9x^2 = 7$$

$$x^2 = \frac{7}{9}$$

$$x^2 = \frac{(\sqrt{7})^2}{3^2}$$

$$x = \pm \frac{\sqrt{7}}{3}$$

→ 右辺に数字を移項する。

→ 両辺を  $x$  の係数でわる。

→ 右辺の平方根を考える。

【問 2】 次の方程式を解きなさい。

(1)  $4x^2 - 5 = 0$

(2)  $25x^2 - 11 = 0$

●  $(x + \blacktriangle)^2 = \bullet$  の形をした 2 次方程式

(教科書 P.71 を確認しよう。)

【例題】  $(x + 1)^2 = 4$  を解きなさい。

|                     |                 |              |
|---------------------|-----------------|--------------|
| $x + 1$ を $A$ とおくと, | $A^2 = 4$       |              |
| $A$ は 4 の平方根であるから   | $A = \pm 2$     |              |
| すなわち                | $x + 1 = \pm 2$ |              |
| これをそれぞれ計算すると        | $x + 1 = 2$     | $x + 1 = -2$ |
|                     | $x = 2 - 1$     | $x = -2 - 1$ |
|                     | $x = 1$         | $x = -3$     |

したがって,  $x = 1, x = -3$

【問 1】 次の方程式を解きなさい。

(1)  $(x - 2)^2 = 16$

(2)  $(x + 5)^2 = 49$

(教科書 P.71 を確認しよう。)

【例題】  $(x - 2)^2 - 3 = 0$  を解きなさい。

|              |                       |
|--------------|-----------------------|
| 右辺に数字を移項すると, | $(x - 2)^2 = 3$       |
| すなわち         | $x - 2 = \pm\sqrt{3}$ |
| したがって,       | $x = 2 \pm\sqrt{3}$   |

【問 2】 次の方程式を解きなさい。

(1)  $(x + 6)^2 - 6 = 0$

(2)  $(x - 5)^2 - 18 = 0$

**【ポイント】**

$x^2 + px + q = 0$  の形をした 2 次方程式は、 $(x + \blacktriangle)^2 = \bullet$  の形に変形すれば平方根の考え方を使って解くことができる。

**●  $x^2 + px + q = 0$  の形をした 2 次方程式の解き方**

(教科書 P.72 を確認しよう。)

【例題】  $x^2 + 6x - 2 = 0$  を解きなさい。

$$x^2 + 6x - 2 = 0$$

$$x^2 + 6x = 2$$

$$x^2 + 6x + 9 = 2 + 9$$

$$(x + 3)^2 = 11$$

$$x + 3 = \pm\sqrt{11}$$

$$x = -3 \pm \sqrt{11}$$

左辺が因数分解できないので右辺に数字を移項する。

両辺に  $x$  の係数 6 の  $\frac{1}{2}$  の 2 乗を加える。

左辺を因数分解する。  $x^2 + 2ax + a^2 = (x + a)^2$

右辺の平方根を考える。

右辺に数字を移項する。

【問】 次の方程式を解きなさい。

(1)  $x^2 + 6x - 1 = 0$

(2)  $x^2 - 2x - 7 = 0$

(3)  $x^2 + 10x - 2 = 0$

(4)  $x^2 - 4x - 6 = 0$



## 練習問題

1 次の方程式を解きなさい。

(1)  $x^2 - 5 = 0$

(2)  $x^2 - 8 = 0$

(3)  $9x^2 - 7 = 0$

(4)  $25x^2 - 12 = 0$

(5)  $(x - 3)^2 = 81$

(6)  $(x + 2)^2 = 25$

(7)  $(x - 5)^2 - 3 = 0$

(8)  $(x + 7)^2 - 6 = 0$

(9)  $x^2 - 8x + 9 = 0$

(10)  $x^2 + 12x + 28 = 0$

## 2 2次方程式の解の公式

### 【ポイント】

2次方程式  $ax^2 + bx + c = 0$  で、 $a$ ,  $b$ ,  $c$  の値がわかれば  
解の公式にそれぞれの値を代入して、解を求めることができる。

$$\text{解の公式} \quad x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

### ●解の公式を使って2次方程式を解く

(教科書 P.75 を確認しよう。)

【例題】  $2x^2 + 3x - 1 = 0$  を解きなさい。

解の公式に  $a = 2$ ,  $b = 3$ ,  $c = -1$  を代入すると、

$$\begin{aligned} x &= \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4 \times 2 \times (-1)}}{2 \times 2} \\ &= \frac{-3 \pm \sqrt{9 + 8}}{4} \\ &= \frac{-3 \pm \sqrt{17}}{4} \end{aligned}$$

【問】 次の方程式を解きなさい。

(1)  $2x^2 - 3x - 1 = 0$

(2)  $2x^2 - 5x - 1 = 0$

(3)  $3x^2 - 7x - 2 = 0$

(4)  $2x^2 - 4x + 1 = 0$

【例題】  $x^2 - 6x + 5 = 0$  を解きなさい。

解の公式に  $a = 1$ ,  $b = -6$ ,  $c = 5$  を  
代入して計算する。

$$\begin{aligned} x &= \frac{-(-6) \pm \sqrt{(-6)^2 - 4 \times 1 \times 5}}{2 \times 1} \\ &= \frac{6 \pm \sqrt{36 - 20}}{2} \\ &= \frac{6 \pm \sqrt{16}}{2} \\ &= \frac{6 \pm \sqrt{4^2}}{2} \\ &= \frac{6 \pm 4}{2} \end{aligned}$$

すなわち  $x = \frac{6 + 4}{2}$

$$= \frac{10}{2}$$

$$= 5$$

したがって,  $x = 5$ ,  $x = 1$

$$x = \frac{6 - 4}{2}$$

$$= \frac{2}{2}$$

$$= 1$$

【問】 次の方程式を解きなさい。

(1)  $x^2 + 3x + 2 = 0$

(2)  $2x^2 + 3x - 2 = 0$

(3)  $2x^2 - 5x + 2 = 0$

(4)  $3x^2 - 5x - 2 = 0$

### 3 因数分解による解き方

#### ●因数分解を使って2次方程式を解く

(教科書 P.77 を確認しよう。)

【例題】  $(x - 3)(x + 5) = 0$  を解きなさい。

$x - 3$  と  $x + 5$  の積が0となるためには、

$x - 3$  と  $x + 5$  のどちらかが0でなければいけない。

すなわち

$$x - 3 = 0, \text{ または } x + 5 = 0$$

数字を右辺に移項すると

$$x = 3, \quad x = -5$$

したがって、解は、

$$x = 3, x = -5$$

【問1】 次の方程式を解きなさい。

$$(1) (x - 2)(x + 7) = 0$$

$$(2) (x + 4)(x + 6) = 0$$

(教科書 P.78 を確認しよう。)

【例題】  $x^2 - 5x + 6 = 0$  を解きなさい。

$$x^2 - 5x + 6 = 0$$

$$(x - 3)(x - 2) = 0$$

すなわち、 $x - 3 = 0$  または、 $x - 2 = 0$

したがって、 $x = 3, x = 2$

← 左辺を因数分解する。 $x^2 + (a + b)x + ab = (x + a)(x + b)$

【問2】 次の方程式を解きなさい。

$$(1) x^2 - 13x + 36 = 0$$

$$(2) x^2 - 4x - 21 = 0$$

(教科書 P.78 を確認しよう。)

【例題】  $x^2 - 4x + 4 = 0$  を解きなさい。

$$\begin{array}{lcl} x^2 - 4x + 4 = 0 & \rightarrow & \text{左辺を因数分解する。} \quad x^2 - 2ax + a^2 = (x - a)^2 \\ (x - 2)^2 = 0 & \rightarrow & (x - 2)^2 = (x - 2)(x - 2) \text{ なので } x \text{ の解は 1 つだけになる。} \\ x - 2 = 0 & & \\ x = 2 & & \end{array}$$

【問 3】 次の方程式を解きなさい。

(1)  $x^2 - 10x + 25 = 0$

(2)  $x^2 + 16x + 64 = 0$

## 4 いろいろな2次方程式

### ●いろいろな2次方程式を解く

(教科書 P.79 を確認しよう。)

【例題】  $(x - 3)(x + 1) = 12$  を解きなさい。

左辺を展開して、 $ax^2 + bx + c = 0$  の形に整理すると、

$$\begin{array}{lcl} (x - 3)(x + 1) = 12 & \rightarrow & \text{左辺を展開する。} \\ x^2 - 2x - 3 = 12 & \rightarrow & \text{左辺に数字を移項し、まとめる。} \\ x^2 - 2x - 15 = 0 & \rightarrow & \text{左辺を因数分解する。} \\ (x - 5)(x + 3) = 0 & & \\ x - 5 = 0, & x + 3 = 0 & \\ x = 5, & x = -3 & \\ \text{したがって、} & x = 5, x = -3 & \end{array}$$

【問 4】 次の方程式を解きなさい。

(1)  $(x - 2)(x - 3) = 12$

(2)  $(x - 1)(x + 9) = 8x$



## 練習問題

1 次の方程式を解きなさい。

(1)  $(x - 5)(x + 3) = 0$

(2)  $(x + 2)(x + 4) = 0$

(3)  $x(x - 6) = 0$

(4)  $x^2 + 12x + 36 = 0$

(5)  $x^2 + 6x + 8 = 0$

(6)  $x^2 - x - 30 = 0$

(7)  $x^2 - 3x = 0$

(8)  $x^2 + 7x + 10 = 0$

(9)  $x^2 - 8x + 16 = 0$

(10)  $(x - 5)(x + 2) = 8$

(11)  $(x - 2)(x + 1) = 4$

(12)  $(x + 2)(2x - 5) = 0$



## 練習問題

2 次の方程式を解きなさい。

(1)  $x^2 - 5 = 0$

(2)  $4x^2 - 7 = 0$

(3)  $(x - 5)^2 = 16$

(4)  $(x + 3)^2 - 10 = 0$

(5)  $2x^2 - 3x - 1 = 0$

(6)  $3x^2 - 8x + 2 = 0$

(7)  $(x - 5)(x + 2) = 0$

(8)  $x^2 - 6x = 0$

(9)  $x^2 - 5x - 6 = 0$

(10)  $2x^2 - 16x + 32 = 0$

(11)  $(x + 3)(x - 5) = 9$

(12)  $(2x + 1)(x - 3) = 1$

# 1 関数 $y = ax^2$ の式

## 【ポイント】

$y$  が  $x$  の関数で、 $y = ax^2$  と表されるとき、 $y$  は  $x$  の 2 乗に比例するという。

## ●関数 $y = ax^2$

(教科書 P.94 を確認しよう。)

【例題】  $y$  は  $x$  の 2 乗に比例し、 $x = 2$  のとき  $y = 8$  です。このとき、 $y$  を  $x$  の式で表しなさい。

$y$  は  $x$  の 2 乗に比例するから  $y = ax^2$

$x = 2$  のとき  $y = 8$  であるから

$$8 = a \times 2^2$$

$$a = 2$$

したがって  $y = 2x^2$

答  $y = 2x^2$

【問 1】  $y$  は  $x$  の 2 乗に比例するとき、次の場合について、 $y$  を  $x$  の式で表しなさい。

(1)  $x = 2$  のとき  $y = 12$

(2)  $x = 3$  のとき  $y = 27$

(3)  $x = -3$  のとき  $y = 36$

【問 2】  $y$  は  $x$  の 2 乗に比例し、 $x = 2$  のとき  $y = -16$  です。このとき、 $y$  を  $x$  の式で表しなさい。また、 $x = 5$  のときの  $y$  の値を求めなさい。

## 2 関数 $y = ax^2$ の値の変化 (変域)

### ● $x$ の変域に対応する $y$ の変域

(教科書 P.103 を確認しよう。)

【例題】 関数  $y = x^2$  について、 $x$  の変域が  $-1 \leq x \leq 2$  のときの  $y$  の変域を求めなさい。

グラフを利用して考えると、このグラフで  $-1 \leq x \leq 2$  に対応する部分は右の図の太い線の部分であるから、

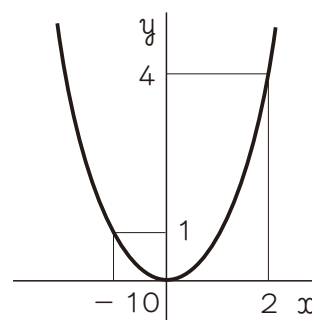
$y$  は  $x = 0$  のとき、最小値 0

$x = 2$  のとき、最大値 4

をとることが分かる。

したがって、求める  $y$  の変域は

$$0 \leq y \leq 4$$



【問 1】 関数  $y = 2x^2$  について、 $x$  の変域が次の (1) (2) のときの  $y$  の変域を求めなさい。

(1)  $2 \leq x \leq 4$

(2)  $-2 \leq x \leq 1$

【問 2】 次の (1) ~ (3) の関数で、 $x$  の変域がそれぞれ ( ) の中の式であたえられているとき、 $y$  の変域を求めなさい。

(1)  $y = 3x^2$  ( $1 \leq x \leq 5$ )

(2)  $y = -x^2$  ( $-1 \leq x \leq 1$ )

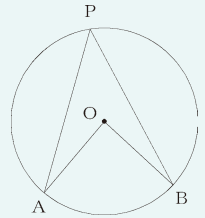
(3)  $y = -\frac{1}{2}x^2$  ( $-4 \leq x \leq 2$ )

# 1 円周角の定理

## 【ポイント】

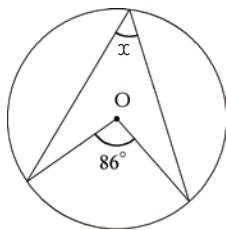
1つの弧に対する円周角の大きさは一定であり、その弧に対する中心角の半分である。

$$\angle APB = \frac{1}{2} \angle AOB$$



(教科書 P.162 を確認しよう。)

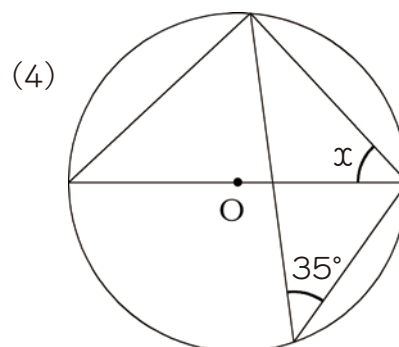
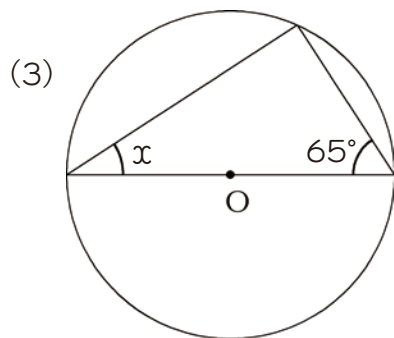
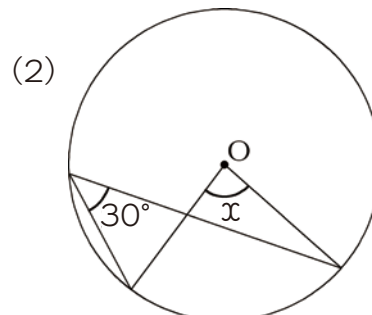
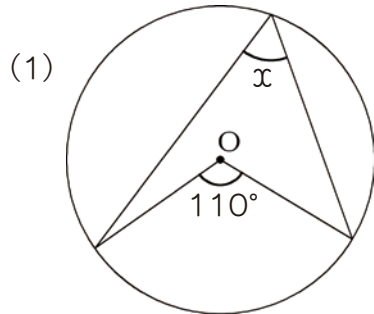
【例題】 下の図で  $\angle x$  の大きさを求めなさい。



$$\begin{aligned} \angle x &= \frac{1}{2} \times 86 \\ &= 43 \end{aligned}$$

答え  $\angle x = 43^\circ$

【問】 下の図で、 $\angle x$  の大きさを求めなさい。

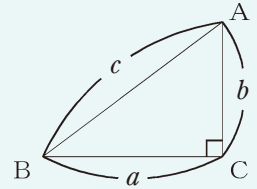


# 1 三平方の定理

## 【ポイント】

直角三角形の直角をはさむ2辺の長さを  $a$ ,  $b$ , 斜辺の長さを  $c$  とすると, 次の関係が成り立つ。

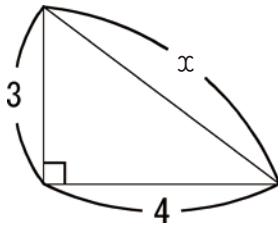
$$a^2 + b^2 = c^2$$



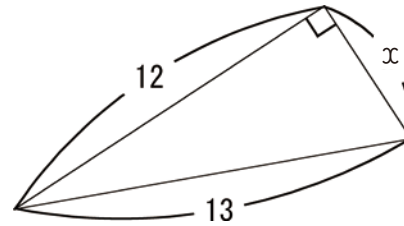
【問】 下の図で,  $x$  の値を求めなさい。

(教科書 P.181 を確認しよう。)

(1)



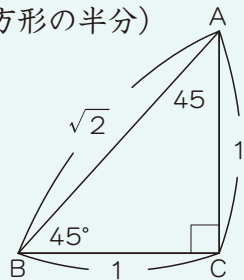
(2)



## 【ポイント】

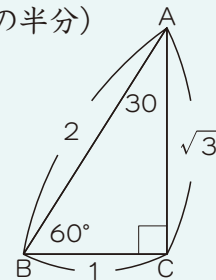
下の図のような特別な直角三角形の3つの辺の長さには, 決まった比があります。

①  $90^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $45^\circ$  の直角三角形  
(正方形の半分)



$$AC : BC : AB = 1 : 1 : \sqrt{2}$$

②  $90^\circ$ ,  $60^\circ$ ,  $30^\circ$  の直角三角形  
(正三角形の半分)

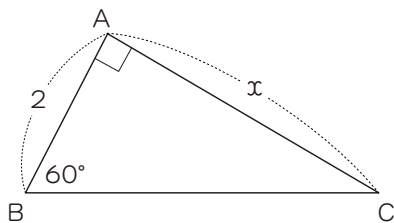


$$BC : AB : AC = 1 : 2 : \sqrt{3}$$

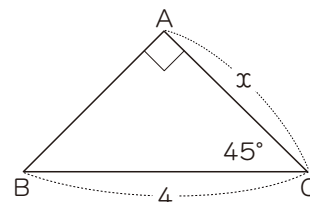
【問】 下の図で  $x$  の値を求めなさい。

(教科書 P.187 を確認しよう。)

(1)



(2)



## 確認問題 1

1 次の計算をなさい。

(1)  $3x(x - 4y)$

(2)  $(6a^2 - 12a) \div (-3a)$

2 次の式を展開しなさい。

(1)  $(x + 7)(x + 5)$

(2)  $(x - 8)(x + 3)$

(3)  $(x + 6)^2$

(4)  $(x + 4)(x - 4)$

3 次の式を因数分解しなさい。

(1)  $3x - 3y$

(2)  $3x^2y - 6xy^2$

(3)  $x^2 - 6x + 5$

(4)  $x^2 + 2x - 15$

(5)  $x^2 - 6x + 9$

(6)  $x^2 - 25$

4 次の2次方程式を解きなさい。

(1)  $(x - 3)(x + 7) = 0$

(2)  $x^2 - 2x - 15 = 0$

(3)  $x^2 - 12x + 36 = 0$

(4)  $x^2 - 16 = 0$

(5)  $2x^2 + 3x - 1 = 0$

(6)  $2x^2 - 7x + 3 = 0$

## 確認問題 2

1 次の計算をなさい。

(1)  $\sqrt{3} \times \sqrt{15}$

(2)  $\sqrt{14} \times \sqrt{35}$

(3)  $\sqrt{42} \div \sqrt{6}$

(4)  $\sqrt{72} \div \sqrt{3}$

2 次の計算をなさい。

(1)  $3\sqrt{5} + 2\sqrt{5}$

(2)  $\sqrt{2} - 4\sqrt{2}$

(3)  $-4\sqrt{3} + \sqrt{3} + 5\sqrt{3}$

(4)  $5\sqrt{7} - \sqrt{5} - 3\sqrt{7}$

(5)  $6\sqrt{2} + 1 + 2\sqrt{2} - 3$

(6)  $6 + 3\sqrt{6} - 5 - 2\sqrt{6}$

3 次の計算をなさい。

(1)  $3\sqrt{18} + \sqrt{32}$

(2)  $\sqrt{27} - \sqrt{48}$

4 次の計算をなさい。

(1)  $4\sqrt{2} + \frac{2}{\sqrt{2}}$

(2)  $\frac{\sqrt{27}}{3} - \frac{6}{\sqrt{3}}$

5 次の計算をなさい。

(1)  $\sqrt{5}(\sqrt{3} - 1)$

(2)  $\sqrt{3}(\sqrt{6} + \sqrt{2})$

(3)  $(\sqrt{2} - 3)(\sqrt{2} + 4)$

(4)  $(\sqrt{3} + 2)^2$

(5)  $(\sqrt{6} - \sqrt{2})^2$

(6)  $(\sqrt{7} + \sqrt{5})(\sqrt{7} - \sqrt{5})$

## 確認問題 3

1 次の方程式を解きなさい。

(1)  $x^2 - 5 = 0$

(2)  $9x^2 - 2 = 0$

(3)  $(x + 3)^2 = 36$

(4)  $(x - 1)^2 - 3 = 0$

(5)  $x^2 + 2x - 4 = 0$

(6)  $x^2 - 4x - 3 = 0$

2 次の方程式を解きなさい。

(1)  $3x^2 - 3x - 1 = 0$

(2)  $2x^2 + 5x - 1 = 0$

3 次の方程式を解きなさい。

(1)  $(x - 1)(x + 4) = 0$

(2)  $(x + 3)(x + 5) = 0$

(3)  $x^2 + 4x - 12 = 0$

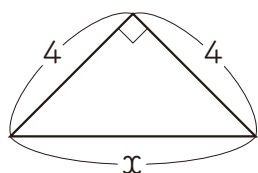
(4)  $x^2 - 6x + 9 = 0$

(5)  $x^2 + 5x = 0$

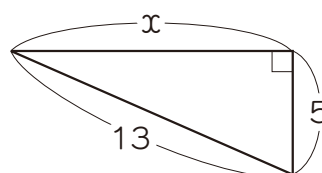
(6)  $2x^2 - 4x + 2 = 0$

4 下の図で  $x$  の値を求めなさい。

(1)

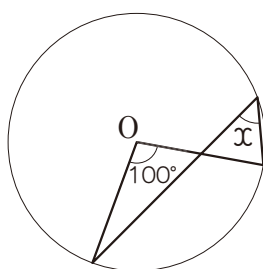


(2)

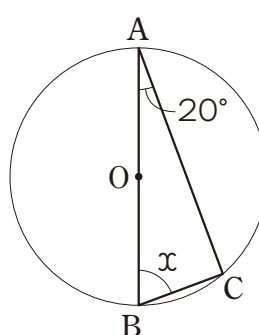


5 下の図で  $\angle x$  の大きさを求めなさい。

(1)



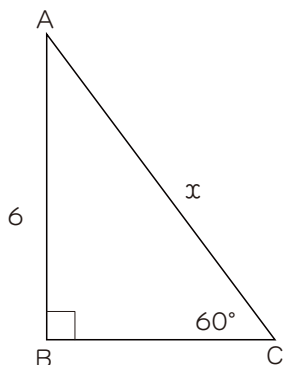
(2)



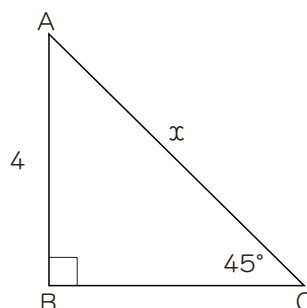
## 確認問題 4

1 次の  $x$  の値を求めなさい。

(1)

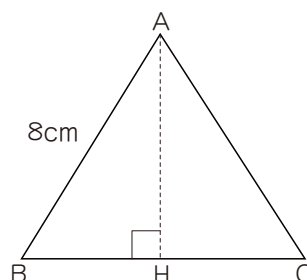


(2)



2 右の図の正三角形  $ABC$  について、次の各問いに答えなさい。

(1) 高さを求めなさい。



(2) 面積を求めなさい。

3  $y$  は  $x$  の 2 乗に比例するとき、次の場合について、 $y$  を  $x$  の式で表しなさい。

(1)  $x = 2$  のとき  $y = 16$

(2)  $x = \frac{1}{2}$  のとき  $y = 3$

4 次の (1) ~ (2) の関数で、 $x$  の変域がそれぞれ ( ) の中の式であたえられているとき、 $y$  の変域を求めなさい。

(1)  $y = 2x^2$  ( $2 \leq x \leq 4$ )

(2)  $y = \frac{1}{4} x^2$  ( $-2 \leq x \leq 4$ )

平成 27 年度「草加っ子の基礎・基本」

## 「 数 学 3 年 生 」 検 証 問 題

3 年 組 番 名 前 [ ]

① 次の計算をしましょう。

(1)  $\sqrt{7} \times \sqrt{3}$

(2)  $-\sqrt{2} \times \sqrt{5}$

(3)  $\sqrt{42} \div \sqrt{7}$

(4)  $-\sqrt{15} \div \sqrt{3}$

(5)  $3\sqrt{2} + 4\sqrt{2}$

(6)  $8\sqrt{7} - 3\sqrt{7}$

(7)  $\sqrt{32} + 3\sqrt{2}$

(8)  $5\sqrt{3} - \sqrt{27}$

② 次の計算をしましょう。

(1)  $3x(x + 4y)$

(2)  $(36x^2 + 12x) \div 6x$

③ 次の式を展開しましょう。

(1)  $(x + 3)(x + 4)$

(2)  $(x + 7)(x - 4)$

(3)  $(x + 7)^2$

(4)  $(x + 5)(x - 5)$

④ 次の式を因数分解しましょう。

(1)  $4x + 4y$

(2)  $x^2 + 7x$

(3)  $x^2 + 7x + 10$

(4)  $x^2 + 5x - 24$

(5)  $x^2 + 8x + 16$

(6)  $x^2 - 36$

⑤ 次の 2 次方程式を解きましょう。

(1)  $(x - 2)(x - 9) = 0$

(2)  $x^2 + 9x + 20 = 0$

(3)  $x^2 - 16x + 64 = 0$

(4)  $(x - 3)^2 = 5$

(5)  $2x^2 + 5x - 1 = 0$

## 数学スイスイ３年生

|     |                                             |
|-----|---------------------------------------------|
| 編 集 | 草加市算数・数学学力向上プロジェクトチーム                       |
| 事務局 | 草加市教育委員会 教育総務部 指導課                          |
| 発 行 | 草加市教育委員会<br>草加市高砂 1－1－1<br>TEL 048－922－2748 |
| 発行日 | 平成28年5月                                     |

