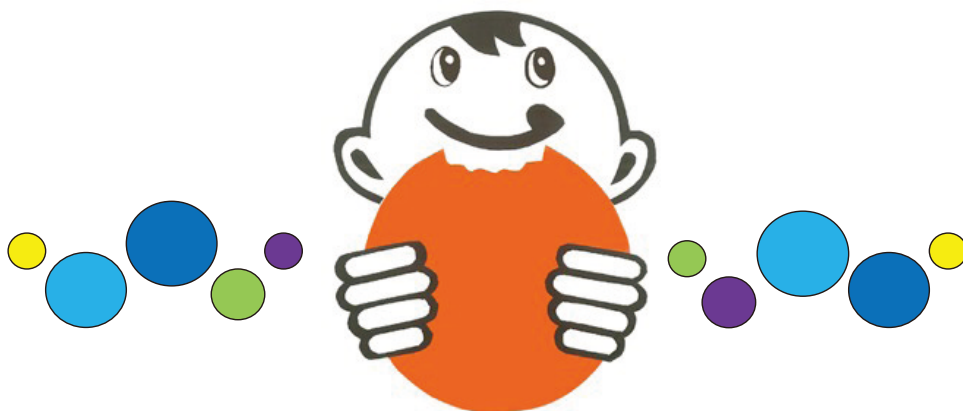


《草加っ子の基礎・基本》
数学問題集

数学スイスイ3年生

～中学校3年生で必ず身につけたい計算の力～



中学校 3年 組 番

名前

目 次

1 章 多項式の計算	p.1 ~ 7
1 多項式と単項式の乗除	p.1
2 多項式の乗法	p.2 ~ 3
3 乗法公式	p.4
4 いろいろな式の展開	p.5 ~ 7
2 章 因数分解	p.8 ~ 15
1 因数分解	p.8
2 公式を利用する因数分解	p.9 ~ 12
3 いろいろな因数分解	p.13 ~ 15
3 章 平方根	p.16 ~ 17
1 平方根	p.16
2 無理数と有理数	p.17
4 章 根号をふくむ式の計算	p.18 ~ 28
1 根号をふくむ式の乗除	p.18 ~ 22
2 根号をふくむ式の加減	p.23 ~ 26
3 根号をふくむ式のいろいろな計算	p.26 ~ 28
5 章 2 次方程式	p.29 ~ 38
1 平方根の考えを使った解き方	p.29 ~ 32
2 2 次方程式の解の公式	p.33 ~ 34
3 因数分解による解き方	p.35 ~ 36
4 いろいろな 2 次方程式	p.36 ~ 38
6 章 関数 $y = ax^2$	p.39 ~ 40
1 関数 $y = ax^2$ の式	p.39
2 関数 $y = ax^2$ の値の変化 (変域)	p.40
7 章 円	p.41
1 円周角の定理	p.41
8 章 三平方の定理	p.42
1 三平方の定理	p.42
● 確認問題	p.43 ~ 46
● 草加市数学検証問題	p.47

[平成 27 年度中学校第 3 学年 実施問題] (第 3 学年の内容)

1 多項式と単項式の乗除

【ポイント】

多項式と単項式の乗法や多項式を単項式でわる除法は、**分配法則** $a(b+c) = ab+ac$ を使って計算できる。

●多項式と単項式の乗法

(教科書 P.8 を確認しよう。)

【例題】 次の計算をしなさい。

$$\begin{aligned} (1) \quad & 3a(2a-5b) \\ &= 3a \times 2a - 3a \times 5b \\ &= 6a^2 - 15ab \end{aligned}$$

分配法則を
使う

$$\begin{aligned} (2) \quad & (3x-5y+7) \times (-2y) \\ &= 3x \times (-2y) - 5y \times (-2y) + 7 \times (-2y) \\ &= -6xy + 10y^2 - 14y \end{aligned}$$

分配法則を
使う

【問 1】 次の計算をしなさい。

$$\begin{aligned} (1) \quad & 4x(x-2y) \\ &= 4x^2 - 8xy \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) \quad & 2a(-a+6b) \\ &= -2a^2 + 12ab \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (3) \quad & (3x+4y-1) \times 5x \\ &= 15x^2 + 20xy - 5x \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (4) \quad & (a-b-2c) \times (-3b) \\ &= -3ab + 3b^2 + 6bc \end{aligned}$$

●多項式を単項式でわる除法

(教科書 P.9 を確認しよう。)

【例題】 次の計算をしなさい。

$$\begin{aligned} (1) \quad & (6xy^2 - 8x^2y) \div 2x \\ &= (6xy^2 - 8x^2y) \times \frac{1}{2x} \\ &= \frac{6xy^2}{2x} - \frac{8x^2y}{2x} \\ &= 3y^2 - 4xy \end{aligned}$$

除法を
乗法になおす

$$\begin{aligned} (2) \quad & (2a^2 + ab) \div \frac{1}{3}a \\ &= (2a^2 + ab) \times \frac{3}{a} \\ &= \frac{2a^2 \times 3}{a} + \frac{ab \times 3}{a} \\ &= 6a + 3b \end{aligned}$$

除法を
乗法になおす

【問 2】 次の計算をしなさい。

$$\begin{aligned} (1) \quad & (12a^2b + 4a) \div 4a \\ &= 3ab + 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) \quad & (9x^2y - 6xy^2) \div (-3xy) \\ &= -3x + 2y \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (3) \quad & (3a^2 - 2ab) \div \frac{1}{2}a \\ &= 6a - 4b \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (4) \quad & (25x^2y + 10xy^2) \div \frac{5}{2}xy \\ &= 10x + 4y \end{aligned}$$

2 多項式の乗法

●やや複雑な計算

(教科書 P.11 を確認しよう。)

【例題】 次の計算をなさい。

$$\begin{aligned}
 & 3a(5a-1) - 2a(8a+3) \\
 &= 15a^2 - 3a - 16a^2 - 6a \\
 &= 15a^2 - 16a^2 - 3a - 6a \\
 &= -a^2 - 9a
 \end{aligned}$$

$\hookrightarrow$ 分配法則を使ってかっこをはずす
 $\hookrightarrow$ 項を並べかえる
 $\hookrightarrow$ 同類項をまとめる

【問3】 次の計算をなさい。

$$\begin{aligned}
 (1) \quad & 4a(2a+5) - 3a(3a+6) \\
 &= 8a^2 + 20a - 9a^2 - 18a \\
 &= -a^2 + 2a \\
 (2) \quad & -3x(7x+2) + 6x(4x+1) \\
 &= -21x^2 - 6x + 24x^2 + 6x \\
 &= 3x^2
 \end{aligned}$$

【ポイント】

単項式や多項式の積の形の式を、かっこをはずして単項式の和の形に表すことを、はじめの式を^{てんかい}展開するという。

$$(a+b)(c+d) = ac + ad + bc + bd$$

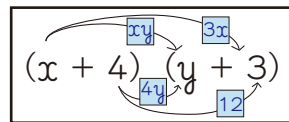
① ② ③ ④
 (a+b)(c+d)

●多項式と多項式の乗法

(教科書 P.12 を確認しよう。)

【例題】 次の式を展開しなさい。

$$\begin{aligned}
 (1) \quad & (x+4)(y+3) \\
 &= xy + 3x + 4y + 12
 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
 (2) \quad & (2x-5)(x+4) \\
 &= 2x^2 + 8x - 5x - 20 \leftarrow \text{同類項をまとめる。} \\
 &= 2x^2 + 3x - 20
 \end{aligned}$$

【問4】 次の式を展開しなさい。

$$\begin{aligned}
 (1) \quad & (x+7)(y+2) \\
 &= xy + 2x + 7y + 14 \\
 (2) \quad & (a-3)(b+5) \\
 &= ab + 5a - 3b - 15 \\
 (3) \quad & (x-2)(3x+8) \\
 &= 3x^2 + 8x - 6x - 16 \\
 &= 3x^2 + 2x - 16 \\
 (4) \quad & (3a-1)(4a-2) \\
 &= 12a^2 - 6a - 4a + 2 \\
 &= 12a^2 - 10a + 2
 \end{aligned}$$

練習問題

1 次の計算をなさい。

$$(1) \quad 2x(x+3y) \\ = 2x^2 + 6xy$$

$$(2) \quad 3a(-4a+b) \\ = -12a^2 + 3ab$$

$$(3) \quad 5y(2x+3y) \\ = 10xy + 15y^2$$

$$(4) \quad -a(a+4b-9) \\ = -a^2 - 4ab + 9a$$

$$(5) \quad (4a-3b-6) \times 2a \\ = 8a^2 - 6ab - 12a$$

$$(6) \quad (3x+2y-5) \times (-7x) \\ = -21x^2 - 14xy + 35x$$

2 次の計算をなさい。

$$(1) \quad (12x^2 - 8x) \div 4x \\ = 3x - 2$$

$$(2) \quad (6a^2b + 15ab^2) \div (-3a) \\ = -2ab - 5b^2$$

$$(3) \quad (2a^2 + ab) \div \frac{1}{2}a \\ = 4a + 2b$$

$$(4) \quad (12x^2y - 30xy^2) \div \frac{6}{5}xy \\ = 10x - 25y$$

3 次の計算をなさい。

$$(1) \quad 3a(2a-1) - 4a(a-2) \\ = 6a^2 - 3a - 4a^2 + 8a \\ = 2a^2 + 5a$$

$$(2) \quad -x(7x+9) + 3x(4x+3) \\ = -7x^2 - 9x + 12x^2 + 9x \\ = 5x^2$$

4 次の式を展開しなさい。

$$(1) \quad (x-3)(y+2) \\ = xy + 2x - 3y - 6$$

$$(2) \quad (x+10)(y-10) \\ = xy - 10x + 10y - 100$$

$$(3) \quad (x+6)(2x-1) \\ = 2x^2 - x + 12x - 6 \\ = 2x^2 + 11x - 6$$

$$(4) \quad (3a+9)(-a+2) \\ = -3a^2 + 6a - 9a + 18 \\ = -3a^2 - 3a + 18$$

3 乗法公式

$$\langle \text{公式 1} \rangle \quad (x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$$

● $x+a$ と $x+b$ の積

(教科書 P.14 を確認しよう。)

【例題】 次の式を展開しなさい。

$$\begin{aligned} (1) \quad (x+4)(x+6) \\ = x^2 + (4+6)x + 4 \times 6 \\ = x^2 + 10x + 24 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) \quad (x+2)(x-7) \\ = x^2 + \{2 + (-7)\}x + 2 \times (-7) \\ = x^2 - 5x - 14 \end{aligned}$$

【問 1】 次の式を展開しなさい。

$$\begin{aligned} (1) \quad (x+2)(x+1) \\ = x^2 + 3x + 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) \quad (x-5)(x+3) \\ = x^2 - 2x - 15 \end{aligned}$$

$$\langle \text{公式 2} \rangle \quad (x+a)^2 = x^2 + 2ax + a^2$$

$$\langle \text{公式 3} \rangle \quad (x-a)^2 = x^2 - 2ax + a^2$$

● 和の平方 差の平方

(教科書 P.15 を確認しよう。)

【例題】 次の式を展開しなさい。

$$\begin{aligned} (1) \quad (x+3)^2 \\ = x^2 + 2 \times 3 \times x + 3^2 \\ = x^2 + 6x + 9 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) \quad (x-6)^2 \\ = x^2 - 2 \times 6 \times x + 6^2 \\ = x^2 - 12x + 36 \end{aligned}$$

【問 2】 次の式を展開しなさい。

$$\begin{aligned} (1) \quad (x+8)^2 \\ = x^2 + 16x + 64 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) \quad (x-7)^2 \\ = x^2 - 14x + 49 \end{aligned}$$

$$\langle \text{公式 4} \rangle \quad (x+a)(x-a) = x^2 - a^2$$

● 和と差の積

(教科書 P.16 を確認しよう。)

【例題】 次の式を展開しなさい。

$$\begin{aligned} (1) \quad (x+5)(x-5) \\ = x^2 - 5^2 \\ = x^2 - 25 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) \quad (7-x)(7+x) \\ = 7^2 - x^2 \\ = 49 - x^2 \end{aligned}$$

【問 3】 次の式を展開しなさい。

$$\begin{aligned} (1) \quad (x+7)(x-7) \\ = x^2 - 49 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) \quad (6-x)(6+x) \\ = 36 - x^2 \end{aligned}$$

4 いろいろな式の展開

●いろいろな式の展開

(教科書 P.18 を確認しよう。)

【例題】 次の式を展開しなさい。

$$\begin{aligned} \textcircled{1} \quad (3x+2)(3x+5) & \quad \leftarrow \text{公式 1 を利用} \\ &= (3x)^2 + (2+5) \times 3x + 2 \times 5 \quad 3x = A \text{ とおくと} \\ &= 9x^2 + 21x + 10 \quad = (A+2)(A+5) = A^2 + 7A + 10 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{2} \quad (5a+3b)^2 & \quad \leftarrow \text{公式 2 を利用} \\ &= (5a)^2 + 2 \times 3b \times 5a + (3b)^2 \quad 5a = A, 3b = B \text{ とおくと} \\ &= 25a^2 + 30ab + 9b^2 \quad (A+B)^2 = A^2 + 2AB + B^2 \end{aligned}$$

【問 1】 次の式を展開しなさい。

$$\begin{aligned} (1) \quad (2a-5)(2a+8) & \quad (2) \quad (3x+y)^2 \\ &= (2a)^2 + (-5+8) \times 2a - 5 \times 8 \quad = (3x)^2 + 2 \times 3x \times y + y^2 \\ &= 4a^2 + 6a - 40 \quad = 9x^2 + 6xy + y^2 \\ (3) \quad (2x-5y)^2 & \quad (4) \quad (4x+9y)(4x-9y) \\ &= (2x)^2 - 2 \times 5y \times 2x + (5y)^2 \quad = (4x)^2 - (9y)^2 \\ &= 4x^2 - 20xy + 25y^2 \quad = 16x^2 - 81y^2 \end{aligned}$$

●式の展開と加法、減法を組み合わせた式の計算

(教科書 P.19 を確認しよう。)

【例題】 次の計算をしなさい。

$$\begin{aligned} & \underbrace{(3x-7)(3x+1)}_{\text{公式 1 で展開}} - 2 \underbrace{(x-3)^2}_{\text{公式 3 で展開}} \\ &= 9x^2 - 18x - 7 - 2(x^2 - 6x + 9) \\ &= 9x^2 - 18x - 7 - 2x^2 + 12x - 18 \\ &= 7x^2 - 6x - 25 \end{aligned}$$

【問 2】 次の計算をしなさい。

$$\begin{aligned} (1) \quad (x+6)^2 + (x-8)(x+2) \\ &= (x^2 + 12x + 36) + (x^2 - 6x - 16) \\ &= x^2 + 12x + 36 + x^2 - 6x - 16 \\ &= 2x^2 + 6x + 20 \\ (2) \quad 3(a+7)(a-1) - (2a+5)(2a-5) \\ &= 3(a^2 + 6a - 7) - (4a^2 - 25) \\ &= 3a^2 + 18a - 21 - 4a^2 + 25 \\ &= -a^2 + 18a + 4 \end{aligned}$$

練習問題 1

1 次の式を展開しなさい。

$$(1) \quad (x-9)(x-2) \\ = x^2 - 11x + 18$$

$$(2) \quad (x+6)(x+3) \\ = x^2 + 9x + 18$$

$$(3) \quad (a+8)(a-3) \\ = a^2 + 5a - 24$$

$$(4) \quad (x-7)(x+2) \\ = x^2 - 5x - 14$$

2 次の式を展開しなさい。

$$(1) \quad (x+4)^2 \\ = x^2 + 8x + 16$$

$$(2) \quad (y-10)^2 \\ = y^2 - 20y + 100$$

3 次の式を展開しなさい。

$$(1) \quad (x-3)(x+3) \\ = x^2 - 9$$

$$(2) \quad (m+6)(m-6) \\ = m^2 - 36$$

4 次の式を展開しなさい。

$$(1) \quad (6a+1)(6a+4) \\ = (6a)^2 + (1+4) \times 6a + 1 \times 4 \\ = 36a^2 + 30a + 4$$

$$(2) \quad (2x+7y)^2 \\ = (2x)^2 + 2 \times 7y \times 2x + (7y)^2 \\ = 4x^2 + 28xy + 49y^2$$

$$(3) \quad (4a-3b)^2 \\ = (4a)^2 - 2 \times 3b \times 4a + (3b)^2 \\ = 16a^2 - 24ab + 9b^2$$

$$(4) \quad (5a+8b)(8b-5a) \\ = (8b+5a)(8b-5a) \\ = (8b)^2 - (5a)^2 \\ = 64b^2 - 25a^2$$

$$(5) \quad 2(x+3)(x-6) - (x+2)(x-2) \\ = 2(x^2 - 3x - 18) - (x^2 - 4) \\ = 2x^2 - 6x - 36 - x^2 + 4 \\ = x^2 - 6x - 32$$

練習問題2

1 次の計算をなさい。

$$(1) \quad 2x(6x-7) \\ = 12x^2 - 14x$$

$$(2) \quad (4a+b) \times (-5a) \\ = -20a^2 - 5ab$$

$$(3) \quad (21ab-49a) \div 7a \\ = 3b-7$$

$$(4) \quad (40m^2n+24mn^2) \div 8mn \\ = 5m+3n$$

2 次の式を展開しなさい。

$$(1) \quad (a+10)(b-3) \\ = ab-3a+10b-30$$

$$(2) \quad (x-2)(3x+8) \\ = 3x^2+8x-6x-16 \\ = 3x^2+2x-16$$

$$(3) \quad (y-3)(y-4) \\ = y^2-7y+12$$

$$(4) \quad (6x+y)^2 \\ = 36x^2+12xy+y^2$$

$$(5) \quad (7a+b)(7a-b) \\ = 49a^2-b^2$$

$$(6) \quad (3a-8b)^2 \\ = 9a^2-48ab+64b^2$$

3 次の計算をなさい。

$$(1) \quad (x+9)(x-9)+2(x+5)^2 \\ = (x^2-81)+2(x^2+10x+25) \\ = x^2-81+2x^2+20x+50 \\ = 3x^2+20x-31$$

$$(2) \quad (2x+3)^2-3(x+1)(x+3) \\ = (4x^2+12x+9)-3(x^2+4x+3) \\ = 4x^2+12x+9-3x^2-12x-9 \\ = x^2$$

$$(3) \quad \left(\frac{1}{3}x-10\right)\left(\frac{1}{3}x+4\right) \\ = \frac{1}{9}x^2-2x-40$$

1 因数分解

●因数分解

【ポイント】

$2xy = 2 \times x \times y$ となり, $2xy$ を 2 と x と y の積で表している。

このとき, 2 と x と y を $2xy$ の^{いんすう}因数^{いんすう}という。

$x^2 + 5x + 6 = (x + 3)(x + 2)$ となり,

$x^2 + 5x + 6$ を $x + 3$ と $x + 2$ の積で表している。

このとき, $x + 3$ と $x + 2$ を $x^2 + 5x + 6$ の^{いんすう}因数^{いんすう}という。

$x^2 + 5x + 6 = (x + 3)(x + 2)$ のように,

多項式をいくつかの因数の積として表すことを, その多項式を^{いんすうぶんかい}因数分解^{いんすうぶんかい}する^{いんすうぶんかい}という。

$$\begin{array}{ccc}
 & \xrightarrow{\text{因数分解}} & \\
 x^2 + 5x + 6 & \longleftrightarrow & (x + 3)(x + 2) \\
 & \xleftarrow{\text{展開}} &
 \end{array}$$

●共通因数

【ポイント】

多項式の各項に共通な因数があるとき, それをかっこの外にくくり出して式を因数分解することができる。

(教科書 P.23 を確認しよう。)

【例題】 次の式を因数分解しなさい。

$$(1) \quad xy^2 + 2y$$

$$\begin{aligned}
 &= x \times y \times y + 2 \times y \\
 &= y(xy + 2)
 \end{aligned}$$

$$(2) \quad 9ab^2 - 6a^2b$$

$$\begin{aligned}
 &= 3 \times 3 \times a \times b \times b - 3 \times 2 \times a \times a \times b \\
 &= 3ab(3b - 2a)
 \end{aligned}$$

【問】 次の式を因数分解しなさい。

$$(1) \quad ax + bx$$

$$= x(a + b)$$

$$(3) \quad 3x^2y + 6x$$

$$= 3x(xy + 2)$$

$$(5) \quad 9xy^2 - 6x^2y$$

$$= 3xy(3y - 2x)$$

$$(2) \quad 2x^2 - 4x$$

$$= 2x(x - 2)$$

$$(4) \quad x^2y - xy^2$$

$$= xy(x - y)$$

$$(6) \quad 2a^2x^2 - 4ax^2 + 6a^2x$$

$$= 2ax(ax - 2x + 3a)$$

2 公式を利用する因数分解

〈公式 1'〉 $x^2 + (a + b)x + ab = (x + a)(x + b)$

●多項式を因数分解する 公式 1'

(教科書 P24 を確認しよう。)

【例題】

(1) $x^2 + 6x + 8$ を因数分解しなさい。

$x^2 + 6x + 8$ は、公式 1' で

$$a + b = 6, ab = 8$$

したがって、和が 6、積が 8 になる数 a, b をみつけばよい。

2 つの数の積が 8 になる数の組のうち

和が 6 になるのは、2 と 4 であるから、

$$x^2 + 6x + 8 = (x + 2)(x + 4)$$

$x^2 +$	$(a + b)$	$x +$	ab
$x^2 +$	6	$x +$	8
積が 8		和が 6	
1,	8		×
-1,	-8		×
2,	4		○
-2,	-4		×

(2) $x^2 - 2x - 15$ を因数分解しなさい。

$x^2 - 2x - 15$ は公式 1' で

$$a + b = -2, ab = -15$$

したがって、和が -2、積が -15 になる数 a, b をみつけばよい。

2 つの数の積が -15 になる数の組のうち

和が -2 になるのは、3, -5 であるから

$$x^2 - 2x - 15 = (x + 3)(x - 5)$$

$x^2 +$	$(a + b)$	$x +$	ab
$x^2 +$	-2	$x +$	-15
積が -15		和が -2	
-1,	15		×
1,	-15		×
-3,	5		×
3,	-5		○

【問】 次の式を因数分解しなさい。

(1) $x^2 + 5x + 4$

$$= (x + 1)(x + 4)$$

(2) $x^2 + 7x + 10$

$$= (x + 2)(x + 5)$$

(3) $x^2 + 8x + 15$

$$= (x + 3)(x + 5)$$

(4) $x^2 - x - 12$

$$= (x - 4)(x + 3)$$

(5) $x^2 - 2x - 35$

$$= (x - 7)(x + 5)$$

(6) $x^2 + 6x - 27$

$$= (x - 3)(x + 9)$$

(7) $x^2 + 14x - 15$

$$= (x - 1)(x + 15)$$

(8) $x^2 - 9x + 20$

$$= (x - 4)(x - 5)$$

(9) $x^2 - 6x + 8$

$$= (x - 2)(x - 4)$$

(10) $x^2 + x - 42$

$$= (x - 6)(x + 7)$$

$$\langle \text{公式 2'} \rangle \quad x^2 + 2ax + a^2 = (x + a)^2$$

$$\langle \text{公式 3'} \rangle \quad x^2 - 2ax + a^2 = (x - a)^2$$

●多項式を因数分解する 公式 2' 公式 3'

(教科書 P.25 を確認しよう。)

【例題】

(1) $x^2 + 6x + 9$ を因数分解しなさい。

$$6 = 2 \times 3, \quad 9 = 3^2$$

であるから、公式 2' を利用して

$$\begin{aligned} & x^2 + 6x + 9 \\ &= x^2 + 2 \times 3 \times x + 3^2 \\ &= (x + 3)^2 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{c} x^2 + 6x + 9 \\ \vdots \quad \vdots \\ 2 \times 3 \quad 3^2 \end{array}$$

(2) $x^2 - 8x + 16$ を因数分解しなさい。

$$8 = 2 \times 4, \quad 16 = 4^2$$

であるから、公式 3' を利用して

$$\begin{aligned} & x^2 - 8x + 16 \\ &= x^2 - 2 \times 4 \times x + 4^2 \\ &= (x - 4)^2 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{c} x^2 - 8x + 16 \\ \vdots \quad \vdots \\ 2 \times 4 \quad 4^2 \end{array}$$

【問】 次の式を因数分解しなさい。

$$\begin{aligned} (1) \quad & x^2 + 2x + 1 \\ &= (x + 1)^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) \quad & x^2 + 8x + 16 \\ &= (x + 4)^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (3) \quad & x^2 - 14x + 49 \\ &= (x - 7)^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (4) \quad & a^2 - 20a + 100 \\ &= (a - 10)^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (5) \quad & x^2 - 10x + 25 \\ &= (x - 5)^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (6) \quad & x^2 + 12x + 36 \\ &= (x + 6)^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (7) \quad & y^2 + 16y + 64 \\ &= (y + 8)^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (8) \quad & x^2 + 4x + 4 \\ &= (x + 2)^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (9) \quad & x^2 - 18x + 81 \\ &= (x - 9)^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (10) \quad & x^2 - 6x + 9 \\ &= (x - 3)^2 \end{aligned}$$

$$\langle \text{公式 4'} \rangle \quad x^2 - a^2 = (x + a)(x - a)$$

●多項式を因数分解する 公式 4'

(教科書 P.26 を確認しよう。)

【例題】 $x^2 - 9$ を因数分解しなさい。

$$\begin{aligned} x^2 - 9 &= x^2 - 3^2 \\ &= (x + 3)(x - 3) \end{aligned}$$

【問】 次の式を因数分解しなさい。

$$\begin{aligned} (1) \quad x^2 - 25 \\ &= (x - 5)(x + 5) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) \quad x^2 - 36 \\ &= (x + 6)(x - 6) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (3) \quad x^2 - 81 \\ &= (x + 9)(x - 9) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (4) \quad b^2 - a^2 \\ &= (b + a)(b - a) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (5) \quad 16 - x^2 \\ &= (4 + x)(4 - x) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (6) \quad x^2 - 169 \\ &= (x + 13)(x - 13) \end{aligned}$$

練習問題

1 次の式を因数分解しなさい。

$$\begin{aligned} (1) \quad x^2 + 5x \\ &= x(x + 5) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) \quad 3ab - 12b \\ &= 3b(a - 4) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (3) \quad a^2 - 26a + 48 \\ &= (a - 2)(a - 24) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (4) \quad y^2 - 12y + 11 \\ &= (y - 1)(y - 11) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (5) \quad x^2 - 2x + 1 \\ &= (x - 1)^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (6) \quad y^2 + 12y + 36 \\ &= (y + 6)^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (7) \quad y^2 - 16 \\ &= (y + 4)(y - 4) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (8) \quad -4 + x^2 \\ &= (x + 2)(x - 2) \end{aligned}$$

練習問題

2 次の式を因数分解しなさい。

$$(1) \quad 6x^2 - 3x \\ = 3x (2x - 1)$$

$$(2) \quad 2ab + 2bc - 6b \\ = 2b (a + c - 3)$$

$$(3) \quad x^2 - 3x - 40 \\ = (x - 8) (x + 5)$$

$$(4) \quad x^2 - 9x + 8 \\ = (x - 1) (x - 8)$$

$$(5) \quad x^2 + 14x + 49 \\ = (x + 7)^2$$

$$(6) \quad a^2 - 1 \\ = (a + 1) (a - 1)$$

3 次の式を因数分解しなさい。

$$(1) \quad 4a^2b - 6ab^2 + 2ab \\ = 2ab (2a - 3b + 1)$$

$$(2) \quad x^2 - 11x - 42 \\ = (x - 14) (x + 3)$$

$$(3) \quad x^2 - 22x + 40 \\ = (x - 20) (x - 2)$$

$$(4) \quad y^2 + 13y + 40 \\ = (y + 5) (y + 8)$$

$$(5) \quad x^2 - x - 2 \\ = (x - 2) (x + 1)$$

$$(6) \quad 1 - y^2 \\ = (1 + y) (1 - y)$$

$$(7) \quad pm - qm \\ = m (p - q)$$

$$(8) \quad y^2 + 20y + 100 \\ = (y + 10)^2$$

$$(9) \quad x^2 - 8x + 16 \\ = (x - 4)^2$$

$$(10) \quad x^2 - \frac{1}{25} \\ = \left(x + \frac{1}{5}\right) \left(x - \frac{1}{5}\right)$$

3 いろいろな因数分解

●いろいろな式の因数分解

(教科書 P27 を確認しよう。)

【例題】 $4x^2 - 4x - 24$ を因数分解しなさい。

$$\begin{aligned} & 4x^2 - 4x - 24 \\ &= 4(x^2 - x - 6) \\ &= 4(x - 3)(x + 2) \end{aligned} \quad \begin{array}{l} \text{共通な因数をくくり出す} \\ \text{かっこの中を因数分解する (公式 1' の利用)} \end{array}$$

【例題】 $5x^2 - 45$ を因数分解しなさい。

$$\begin{aligned} & 5x^2 - 45 \\ &= 5(x^2 - 9) \\ &= 5(x + 3)(x - 3) \end{aligned} \quad \begin{array}{l} \text{共通な因数をくくり出す} \\ \text{かっこの中を因数分解する (公式 4' の利用)} \end{array}$$

【問】 次の式を因数分解しなさい。

$$\begin{aligned} (1) \quad & 5a^2 + 5a - 60 \\ &= 5(a^2 + a - 12) \\ &= 5(a - 3)(a + 4) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) \quad & -3x^2 - 18x + 48 \\ &= -3(x^2 + 6x - 16) \\ &= -3(x - 2)(x + 8) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (3) \quad & 9y^2 + 18y + 9 \\ &= 9(y^2 + 2y + 1) \\ &= 9(y + 1)^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (4) \quad & 6a^2 + 6a - 36 \\ &= 6(a^2 + a - 6) \\ &= 6(a - 2)(a + 3) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (5) \quad & -18x^2 + 2 \\ &= -2(9x^2 - 1) \\ &= -2(3x + 1)(3x - 1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (6) \quad & x^2y - 2xy - 35y \\ &= y(x^2 - 2x - 35) \\ &= y(x - 7)(x + 5) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (7) \quad & ax^2 + 3ax - 10a \\ &= a(x^2 + 3x - 10) \\ &= a(x - 2)(x + 5) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (8) \quad & a^2x - b^2x \\ &= x(a^2 - b^2) \\ &= x(a + b)(a - b) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (9) \quad & 2x^2 - 8x + 8 \\ &= 2(x^2 - 4x + 4) \\ &= 2(x - 2)^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (10) \quad & 4x^2 - 24x + 20 \\ &= 4(x^2 - 6x + 5) \\ &= 2(x - 1)(x - 5) \end{aligned}$$

【例題】

(1) $4x^2 + 4x + 1$ を因数分解しなさい。

$$\begin{aligned}
 &4x^2 + 4x + 1 \\
 &= (2x)^2 + 2 \times 1 \times 2x + 1^2 \quad \begin{array}{l} \curvearrowright 2x = X \text{ において, } 4x^2 + 4x + 1 = X^2 + 2X + 1 \text{ とみる} \\ \curvearrowright \text{公式 2' の利用} \quad X^2 + 2X + 1 = (X + 1)^2 \end{array} \\
 &= (2x + 1)^2
 \end{aligned}$$

(2) $x^2 - 8xy + 16y^2$ を因数分解しなさい。

$$\begin{aligned}
 &x^2 - 8xy + 16y^2 \\
 &= x^2 - 2 \times 4y \times x + (4y)^2 \quad \begin{array}{l} \curvearrowright 4y = A \text{ において, } x^2 - 8xy + 16y^2 = X^2 - 2A + A^2 \text{ とみる} \\ \curvearrowright \text{公式 3' の利用} \quad X^2 - 2A + A^2 = (X - A)^2 \end{array} \\
 &= (x - 4y)^2
 \end{aligned}$$

【問 1】 次の式を因数分解しなさい。

$$\begin{aligned}
 (1) \quad &4a^2 + 4a + 1 \\
 &= (2a + 1)^2
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (2) \quad &x^2 + 8xy + 16y^2 \\
 &= (x + 4y)^2
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (3) \quad &9y^2 + 6y + 1 \\
 &= (3y + 1)^2
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (4) \quad &4a^2 + 12ab + 9b^2 \\
 &= (2a + 3b)^2
 \end{aligned}$$

【例題】 $9x^2 - 4y^2$ を因数分解しなさい。

$$\begin{aligned}
 &9x^2 - 4y^2 \\
 &= (3x)^2 - (2y)^2 \\
 &= (3x + 2y)(3x - 2y) \quad \begin{array}{l} \curvearrowright \text{公式 4' の利用} \quad x^2 - a^2 = (x + a)(x - a) \end{array}
 \end{aligned}$$

【問 2】 次の式を因数分解しなさい。

$$\begin{aligned}
 (1) \quad &4x^2 - 25y^2 \\
 &= (2x + 5y)(2x - 5y)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (2) \quad &100y^2 - 1 \\
 &= (10y + 1)(10y - 1)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (3) \quad &49 - 9a^2 \\
 &= (7 + 3a)(7 - 3a)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (4) \quad &-16x^2 + 25y^2 \\
 &= (5y + 4x)(5y - 4x)
 \end{aligned}$$

練習問題

1 次の式を因数分解しなさい。

$$\begin{aligned}(1) \quad & 8m^2n + 4mn \\ &= 4mn(2m + 1)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(2) \quad & x^2 + 6x - 7 \\ &= (x - 1)(x + 7)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(3) \quad & x^2 - 12x + 27 \\ &= (x - 3)(x - 9)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(4) \quad & y^2 - 2y + 1 \\ &= (y - 1)^2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(5) \quad & x^2 + 18x + 81 \\ &= (x + 9)^2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(6) \quad & 1 - 64a^2 \\ &= (1 + 8a)(1 - 8a)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(7) \quad & 3x^2 - 12x - 36 \\ &= 3(x^2 - 4x - 12) \\ &= 3(x - 6)(x + 2)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(8) \quad & ab^2 - 9a \\ &= a(b^2 - 9) \\ &= a(b + 3)(b - 3)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(9) \quad & 49x^2 - 9y^2 \\ &= (7x + 3y)(7x - 3y)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(10) \quad & x^2 - 14xy + 49y^2 \\ &= (x - 7y)^2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(11) \quad & 3x^2 + 18x + 15 \\ &= 3(x^2 + 6x + 5) \\ &= 3(x + 1)(x + 5)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(12) \quad & 4x^2 + 16x + 16 \\ &= 4(x^2 + 4x + 4) \\ &= 4(x + 2)^2\end{aligned}$$

1 平方根

● 2乗して a になる数

【ポイント】

ある数 x を2乗すると a になるとき、すなわち、 $x^2 = a$ であるとき x を a の^{へいほうこん}平方根という。

- 正の数には平方根が2つあって、絶対値が等しく、符号が異なる。
- 0の平方根は0だけである。
- 負の数には平方根はない。

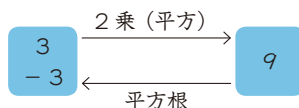
(教科書 P.41 を確認しよう。)

【例題】 9の平方根をいいなさい。

$$3^2 = 9, (-3)^2 = 9$$

であるから、9の平方根は、3と-3である。

(3と-3を2つまとめて、 ± 3 と書いてもよい)



【問1】 次の数の平方根をいいなさい。

(1) 16

± 4

(2) 49

± 7

(3) $\frac{4}{25}$

$\pm \frac{2}{5}$

(4) 0.25

± 0.5

【ポイント】

a が正の数であるとき、 a の2つの平方根のうち

正のほうを $\sqrt{a}$ (ルート a)

負のほうを $-\sqrt{a}$ (マイナスルート a)

と書く。

この記号 $\sqrt{\quad}$ を^{こんごう}根号という。

2つをまとめて

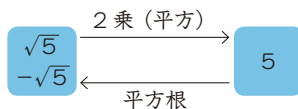
$\pm\sqrt{a}$ (プラスマイナスルート a)

と書くこともある。

(教科書 P.42 を確認しよう。)

【例題】 5の平方根をいいなさい。

$$\sqrt{5} \text{ と } -\sqrt{5} \text{ (}\pm\sqrt{5}\text{)}$$



【問2】 次の数の平方根をいいなさい。

(1) 3

$\pm\sqrt{3}$

(2) 10

$\pm\sqrt{10}$

(3) 0.5

$\pm\sqrt{0.5}$

(4) $\frac{2}{3}$

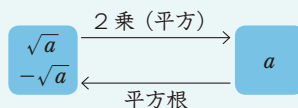
$\pm\sqrt{\frac{2}{3}}$

【ポイント】

一般に、 a を正の数とすると、次の式が成り立つ。

$$(\sqrt{a})^2 = a$$

$$(-\sqrt{a})^2 = a$$



(教科書 P.43 を確認しよう。)

【例題】 $\sqrt{16}$ と $-\sqrt{16}$ を根号を使わずに表しなさい。

$\sqrt{16}$ は、16 の平方根の正の方であるから

$$\sqrt{16} = 4$$

$-\sqrt{16}$ は 16 の平方根の負の方であるから

$$-\sqrt{16} = -4$$

$16 = 4^2$, $16 = (-4)^2$
であるから
16 の平方根は ± 4

【問 1】 次の数を根号を使わずに表しなさい。

(1) $\sqrt{36}$
 $= 6$

(2) $-\sqrt{81}$
 $= -9$

2 無理数と有理数

【ポイント】

$5 = \frac{5}{1}$, $0.6 = \frac{3}{5}$ のように、 a を整数、 b を 0 でない整数としたとき、

$\frac{a}{b}$ と表すことができる数を^{ゆうりすう}有理数という。

いっぽう、 $\sqrt{2}$ のように、分数で表すことのできない数を^{むりすう}無理数という。

n が自然数のときの $\sqrt{n}$ は、 n が 9 や 16 のように、自然数の 2 乗になっているとき以外は無理数である。

また、円周率 π も無理数である。

(例) $-\sqrt{3}$, $\sqrt{10}$, π $\longrightarrow$ 無理数

$$\sqrt{9} = \sqrt{3^2} = 3$$

$$\sqrt{16} = \sqrt{4^2} = 4$$

} $\longrightarrow$ 有理数

(教科書 P.44 を確認しよう。)

【問 2】 次の数のなかから、無理数を選びなさい。

㉠ -3

㉡ 0.5

㉢ $\sqrt{20}$

㉣ $\sqrt{64} = \sqrt{8^2} = 8$

答え $\sqrt{20}$

1 根号をふくむ式の乗除

●平方根の乗法

【ポイント】

a, b を正の数とするとき

$$\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{ab}, \quad \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}, \quad \sqrt{a^2} = a$$

(教科書 P.50 を確認しよう。)

【例題】 次の計算をしなさい。

$$(1) \sqrt{3} \times \sqrt{5}$$

$$= \sqrt{3 \times 5}$$

$$= \sqrt{15}$$

$$(2) \frac{\sqrt{12}}{\sqrt{3}} = \sqrt{\frac{12}{3}}$$

$$= \sqrt{4}$$

$$= \sqrt{2^2}$$

$$= 2$$

【問 1】 次の計算をしなさい。

$$(1) \sqrt{3} \times \sqrt{2}$$

$$= \sqrt{6}$$

$$(2) \sqrt{6} \times \sqrt{5}$$

$$= \sqrt{30}$$

$$(3) \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{2}}$$

$$= \sqrt{3}$$

$$(4) \sqrt{125} \div \sqrt{5}$$

$$= \sqrt{25} = 5$$

(教科書 P.50 を確認しよう。)

【例題】 次の数を $\sqrt{a}$ の形に表しなさい。

$$3\sqrt{5} = \sqrt{9} \times \sqrt{5}$$

$$= \sqrt{9 \times 5}$$

$$= \sqrt{45}$$

$$\langle \text{別解} \rangle 3\sqrt{5} = \sqrt{3^2 \times 5}$$

$$= \sqrt{9 \times 5}$$

$$= \sqrt{45}$$

【問 2】 次の数を $\sqrt{a}$ の形に表しなさい。

$$(1) 2\sqrt{3}$$

$$= \sqrt{4} \times \sqrt{3} = \sqrt{12}$$

$$(2) 3\sqrt{2}$$

$$= \sqrt{9} \times \sqrt{2} = \sqrt{18}$$

$$(3) 4\sqrt{3}$$

$$= \sqrt{16} \times \sqrt{3} = \sqrt{48}$$

$$(4) 2\sqrt{5}$$

$$= \sqrt{4} \times \sqrt{5} = \sqrt{20}$$

練習問題

1 次の計算をなさい。

$$(1) \sqrt{7} \times \sqrt{5} \\ = \sqrt{35}$$

$$(2) \sqrt{3} \times \sqrt{5} \\ = \sqrt{15}$$

$$(3) \sqrt{2} \times \sqrt{7} \\ = \sqrt{14}$$

$$(4) \sqrt{2} \times \sqrt{8} \\ = \sqrt{16} \\ = 4$$

$$(5) \sqrt{12} \div \sqrt{3} \\ = \sqrt{4} \\ = 2$$

$$(6) \sqrt{18} \div \sqrt{2} \\ = \sqrt{9} \\ = 3$$

$$(7) \frac{\sqrt{20}}{\sqrt{5}} \\ = \sqrt{4} \\ = 2$$

$$(8) \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{3}} \\ = \sqrt{2}$$

2 次の数を $\sqrt{a}$ の形に表しなさい。

$$(1) 2\sqrt{2} \\ = \sqrt{4} \times \sqrt{2} \\ = \sqrt{8}$$

$$(2) 3\sqrt{3} \\ = \sqrt{9} \times \sqrt{3} \\ = \sqrt{27}$$

$$(3) 4\sqrt{5} \\ = \sqrt{16} \times \sqrt{5} \\ = \sqrt{80}$$

$$(4) 5\sqrt{2} \\ = \sqrt{25} \times \sqrt{2} \\ = \sqrt{50}$$

$$(5) 3\sqrt{6} \\ = \sqrt{9} \times \sqrt{6} \\ = \sqrt{54}$$

$$(6) 6\sqrt{3} \\ = \sqrt{36} \times \sqrt{3} \\ = \sqrt{108}$$

【ポイント】

根号の中の数が、ある数の2乗との積になっているときは、変形をして根号の中の数はできるだけ小さい自然数にしておく。

$$\sqrt{a^2 \times b} = a\sqrt{b}$$

●根号のついた数の変形

(教科書 P.51 を確認しよう。)

【例題】 次の数を $a\sqrt{b}$ の形に表しなさい。

$$\begin{aligned}(1) \quad \sqrt{18} &= \sqrt{9 \times 2} \\ &= \sqrt{9} \times \sqrt{2} \\ &= 3\sqrt{2}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(2) \quad \sqrt{72} &= \sqrt{2^3 \times 3^2} \xleftarrow{\text{素因数分解する}} \begin{array}{r} 2 \overline{) 72} \\ 2 \overline{) 36} \\ 2 \overline{) 18} \\ 3 \overline{) 9} \\ 3 \end{array} \\ &= \sqrt{2^2 \times 3^2 \times 2} \\ &= 2 \times 3 \times \sqrt{2} \\ &= 6\sqrt{2}\end{aligned}$$

【問 1】 次の数を $a\sqrt{b}$ の形に表しなさい。

$$\begin{aligned}(1) \quad \sqrt{8} \\ &= \sqrt{4 \times 2} \\ &= 2\sqrt{2}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(2) \quad \sqrt{45} \\ &= \sqrt{9 \times 5} \\ &= 3\sqrt{5}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(3) \quad \sqrt{24} \\ &= \sqrt{4 \times 6} \\ &= 2\sqrt{6}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(4) \quad \sqrt{48} \\ &= \sqrt{16 \times 3} \\ &= 4\sqrt{3}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(5) \quad \sqrt{75} \\ &= \sqrt{25 \times 3} \\ &= 5\sqrt{3}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(6) \quad \sqrt{300} \\ &= \sqrt{100 \times 3} \\ &= 10\sqrt{3}\end{aligned}$$

●根号をふくむ式の乗法

(教科書 P.54 を確認しよう。)

【例題】 次の計算をしなさい。

$$\begin{aligned}(1) \quad \sqrt{18} \times \sqrt{12} \\ &= 3\sqrt{2} \times 2\sqrt{3} \quad \leftarrow a\sqrt{b} \text{ の形にする。} \\ &= 3 \times 2 \times \sqrt{2} \times \sqrt{3} \quad \leftarrow \text{整数と根号の中の数字をまとめる。} \\ &= 6\sqrt{6}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(2) \quad \sqrt{10} \times \sqrt{14} \quad \leftarrow a\sqrt{b} \text{ の形にできない。} \\ &= \sqrt{2 \times 5} \times \sqrt{2 \times 7} \quad \leftarrow \text{根号の中の数を素因数分解するとよい。} \\ &= \sqrt{2 \times 5 \times 2 \times 7} \\ &= \sqrt{2^2 \times 5 \times 7} \\ &= \sqrt{2^2 \times 5 \times 7} \\ &= 2\sqrt{35}\end{aligned}$$

【問 2】 次の計算をしなさい。

$$\begin{aligned}(1) \quad \sqrt{12} \times \sqrt{45} \\ &= 2\sqrt{3} \times 3\sqrt{5} \\ &= 6\sqrt{15}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(2) \quad \sqrt{14} \times \sqrt{35} \\ &= \sqrt{2} \times \sqrt{7} \times \sqrt{7} \times \sqrt{5} \\ &= 7\sqrt{10}\end{aligned}$$

練習問題

1 $a\sqrt{b}$ の形に表しなさい。

$$\begin{aligned}(1) \quad & \sqrt{12} \\ &= \sqrt{4} \times \sqrt{3} \\ &= 2\sqrt{3}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(2) \quad & \sqrt{27} \\ &= \sqrt{9} \times \sqrt{3} \\ &= 3\sqrt{3}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(3) \quad & \sqrt{50} \\ &= \sqrt{25} \times \sqrt{2} \\ &= 5\sqrt{2}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(4) \quad & \sqrt{32} \\ &= \sqrt{16} \times \sqrt{2} \\ &= 4\sqrt{2}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(5) \quad & \sqrt{20} \\ &= \sqrt{4} \times \sqrt{5} \\ &= 2\sqrt{5}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(6) \quad & \sqrt{54} \\ &= \sqrt{9} \times \sqrt{6} \\ &= 3\sqrt{6}\end{aligned}$$

2 次の計算をしなさい。

$$\begin{aligned}(1) \quad & \sqrt{5} \times \sqrt{8} \\ &= \sqrt{5} \times 2\sqrt{2} \\ &= 2\sqrt{10}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(2) \quad & \sqrt{2} \times \sqrt{12} \\ &= \sqrt{2} \times 2\sqrt{3} \\ &= 2\sqrt{6}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(3) \quad & \sqrt{12} \times \sqrt{28} \\ &= 2\sqrt{3} \times 2\sqrt{7} \\ &= 4\sqrt{21}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(4) \quad & \sqrt{18} \times \sqrt{54} \\ &= 3\sqrt{2} \times 3\sqrt{6} \\ &= 3\sqrt{2} \times 3\sqrt{2} \times \sqrt{3} \\ &= 18\sqrt{3}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(5) \quad & \sqrt{6} \times \sqrt{54} \\ &= \sqrt{6} \times 3\sqrt{6} \\ &= 18\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(6) \quad & \sqrt{15} \times \sqrt{10} \\ &= \sqrt{3} \times \sqrt{5} \times \sqrt{5} \times \sqrt{2} \\ &= 5\sqrt{6}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(7) \quad & \sqrt{42} \times \sqrt{35} \\ &= \sqrt{2} \times \sqrt{7} \times \sqrt{3} \times \sqrt{7} \times \sqrt{5} \\ &= 7\sqrt{30}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(8) \quad & \sqrt{33} \times \sqrt{44} \\ &= \sqrt{3} \times \sqrt{11} \times 2\sqrt{11} \\ &= 22\sqrt{3}\end{aligned}$$

●分母の有理化

【ポイント】

分母と分子に分母と同じ根号の数をかけると、
分母に根号がない形に表すことができる。

分母に根号がない形に表すことを分母を**有理化する**という。

$$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \frac{\sqrt{a} \times \sqrt{b}}{\sqrt{b} \times \sqrt{b}} = \frac{\sqrt{ab}}{b}$$

(教科書 P.53 を確認しよう。)

【例題】 次の数を分母に根号がない形に表しなさい。

$$(1) \quad \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{3} \times \sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{6}}{2}$$

$$(2) \quad \frac{2}{3\sqrt{6}} = \frac{2 \times \sqrt{6}}{3\sqrt{6} \times \sqrt{6}} = \frac{2 \times \sqrt{6}}{3 \times 6} = \frac{\sqrt{6}}{9}$$

【問 1】 次の数を分母に根号のない形に表しなさい。

$$(1) \quad \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{2} \times \sqrt{5}}{\sqrt{5} \times \sqrt{5}} = \frac{\sqrt{10}}{5}$$

$$(2) \quad \frac{1}{2\sqrt{3}} = \frac{1 \times \sqrt{3}}{2\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{2 \times 3} = \frac{\sqrt{3}}{6}$$

【問 2】 次の分母を有理化しなさい。

$$(1) \quad \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{2} \times \sqrt{5}}{\sqrt{5} \times \sqrt{5}} = \frac{\sqrt{10}}{5}$$

$$(2) \quad \frac{1}{2\sqrt{3}} = \frac{1 \times \sqrt{3}}{2\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{6}$$

$$(3) \quad \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{1 \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$(4) \quad \frac{3}{\sqrt{6}} = \frac{3 \times \sqrt{6}}{\sqrt{6} \times \sqrt{6}} = \frac{3\sqrt{6}}{6} = \frac{\sqrt{6}}{2}$$

2 根号をふくむ式の加減

【ポイント】

同じ数の平方根をふくんだ式は、同類項をまとめるのと同じようにして簡単にすることができる。

●平方根の加法・減法

(教科書 P.55 を確認しよう。)

【例題】

$$\begin{aligned}(1) \quad & 3\sqrt{2} + 4\sqrt{2} \\ &= (3 + 4)\sqrt{2} \\ &= 7\sqrt{2}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(2) \quad & \sqrt{3} - 2\sqrt{3} \\ &= (1 - 2)\sqrt{3} \\ &= -\sqrt{3}\end{aligned}$$

【問 1】 次の計算をしなさい。

$$\begin{aligned}(1) \quad & 7\sqrt{6} + 2\sqrt{6} \\ &= (7 + 2)\sqrt{6} \\ &= 9\sqrt{6}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(2) \quad & 5\sqrt{3} - \sqrt{3} \\ &= (5 - 1)\sqrt{3} \\ &= 4\sqrt{3}\end{aligned}$$

(教科書 P.56 を確認しよう。)

【例題】 次の計算をしなさい。

$$\begin{aligned}& 4\sqrt{5} + 3\sqrt{2} - 2\sqrt{5} + 4\sqrt{2} \\ &= 4\sqrt{5} - 2\sqrt{5} + 3\sqrt{2} + 4\sqrt{2} \\ &= (4 - 2)\sqrt{5} + (3 + 4)\sqrt{2} \\ &= 2\sqrt{5} + 7\sqrt{2}\end{aligned}$$

← 根号の中の数が同じものをまとめる。

← 答えの $2\sqrt{5} + 7\sqrt{2}$ は、これ以上簡単にならないが1つの数を表している。

【問 2】 次の計算をしなさい。

$$\begin{aligned}(1) \quad & 4\sqrt{3} - 4\sqrt{6} - 2\sqrt{3} + 8\sqrt{6} \\ &= (4 - 2)\sqrt{3} + (-4 + 8)\sqrt{6} \\ &= 2\sqrt{3} + 4\sqrt{6}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(2) \quad & 5\sqrt{5} + \sqrt{7} - 2\sqrt{5} - 5\sqrt{7} \\ &= (5 - 2)\sqrt{5} + (1 - 5)\sqrt{7} \\ &= 3\sqrt{5} - 4\sqrt{7}\end{aligned}$$

練習問題

1 次の計算をしなさい。

$$(1) \sqrt{6} + 5\sqrt{6} \\ = 6\sqrt{6}$$

$$(2) 3\sqrt{5} + 2\sqrt{5} \\ = 5\sqrt{5}$$

$$(3) 4\sqrt{3} - 7\sqrt{3} \\ = -3\sqrt{3}$$

$$(4) 6\sqrt{7} - 5\sqrt{7} \\ = \sqrt{7}$$

$$(5) 3\sqrt{10} - 6\sqrt{10} + 2\sqrt{10} \\ = -\sqrt{10}$$

$$(6) 2\sqrt{2} + 3\sqrt{2} - 5\sqrt{2} \\ = 0$$

$$(7) 2\sqrt{5} - \sqrt{3} + 4\sqrt{5} \\ = 6\sqrt{5} - \sqrt{3}$$

$$(8) 7\sqrt{11} - 11\sqrt{15} + 8\sqrt{15} \\ = 7\sqrt{11} - 3\sqrt{15}$$

$$(9) 3\sqrt{7} - 2 + 5\sqrt{7} + 3 \\ = 8\sqrt{7} + 1$$

$$(10) 8 + 7\sqrt{6} + 2 - 6\sqrt{6} \\ = 10 + \sqrt{6}$$

$$(11) 7\sqrt{2} + 8\sqrt{2} - 5\sqrt{3} + 3\sqrt{3} \\ = 15\sqrt{2} - 2\sqrt{3}$$

$$(12) 6\sqrt{6} + \sqrt{7} + \sqrt{6} + \sqrt{7} \\ = 7\sqrt{6} + 2\sqrt{7}$$

$$(13) 3\sqrt{3} + 6\sqrt{5} + 9\sqrt{3} - \sqrt{5} \\ = 12\sqrt{3} + 5\sqrt{5}$$

$$(14) 4\sqrt{5} - 4\sqrt{7} + 5\sqrt{5} - \sqrt{7} \\ = 9\sqrt{5} - 5\sqrt{7}$$

【ポイント】

根号の中の数異なる場合にも、 $a\sqrt{b}$ の形に変形することによって、
加法や減法が計算できるようになるものがある。

(教科書 P.56 を確認しよう。)

【例題】 次の計算をなさい。

$$\begin{aligned}\sqrt{12} + \sqrt{27} &= 2\sqrt{3} + 3\sqrt{3} \\ &= (2 + 3)\sqrt{3} \\ &= 5\sqrt{3}\end{aligned}$$

【問 1】 次の計算をなさい。

(1) $\sqrt{8} - \sqrt{18}$

$$\begin{aligned}&= 2\sqrt{2} - 3\sqrt{2} \\ &= -\sqrt{2}\end{aligned}$$

(2) $\sqrt{20} + \sqrt{45}$

$$\begin{aligned}&= 2\sqrt{5} + 3\sqrt{5} \\ &= 5\sqrt{5}\end{aligned}$$

【問 2】 次の計算をなさい。

(1) $\sqrt{12} + \sqrt{48}$

$$\begin{aligned}&= 2\sqrt{3} + 4\sqrt{3} \\ &= 6\sqrt{3}\end{aligned}$$

(2) $\sqrt{12} - \sqrt{75}$

$$\begin{aligned}&= 2\sqrt{3} - 5\sqrt{3} \\ &= -3\sqrt{3}\end{aligned}$$

(3) $3\sqrt{12} - \sqrt{27}$

$$\begin{aligned}&= 3 \times 2\sqrt{3} - 3\sqrt{3} \\ &= 6\sqrt{3} - 3\sqrt{3} \\ &= 3\sqrt{3}\end{aligned}$$

(4) $\sqrt{18} - \sqrt{2}$

$$\begin{aligned}&= 3\sqrt{2} - \sqrt{2} \\ &= 2\sqrt{2}\end{aligned}$$

(5) $\sqrt{18} + \sqrt{50} - \sqrt{32}$

$$\begin{aligned}&= 3\sqrt{2} + 5\sqrt{2} - 4\sqrt{2} \\ &= 4\sqrt{2}\end{aligned}$$

(6) $\sqrt{63} + \sqrt{28}$

$$\begin{aligned}&= 3\sqrt{7} + 2\sqrt{7} \\ &= 5\sqrt{7}\end{aligned}$$

【ポイント】

分母に根号をふくむ式は、分母を有理化してから計算する。

(教科書 P.57 を確認しよう。)

【例題】

$$\begin{aligned}
 (1) \quad & 5\sqrt{3} + \frac{6}{\sqrt{3}} \\
 &= 5\sqrt{3} + \frac{6\sqrt{3}}{3} \\
 &= 5\sqrt{3} + 2\sqrt{3} \\
 &= 7\sqrt{3}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (2) \quad & \frac{\sqrt{18}}{2} + \frac{1}{\sqrt{2}} \\
 &= \frac{3\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} \\
 &= \frac{4\sqrt{2}}{2} \\
 &= 2\sqrt{2}
 \end{aligned}$$

【問 1】 次の計算をしなさい。

$$\begin{aligned}
 (1) \quad & 5\sqrt{2} + \frac{2}{\sqrt{2}} = 5\sqrt{2} + \frac{2\sqrt{2}}{2} \\
 &= 6\sqrt{2}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (2) \quad & \frac{\sqrt{5}}{2} - \frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{2} - \frac{\sqrt{5}}{5} \\
 &= \frac{5\sqrt{5}}{10} - \frac{2\sqrt{5}}{10} = \frac{3\sqrt{5}}{10}
 \end{aligned}$$

3 根号をふくむ式のいろいろな計算

【ポイント】

根号をふくむ式も、分配法則を使って計算することができる。

(教科書 P.58 を確認しよう。)

【例題】 次の計算をしなさい。

$$\begin{aligned}
 (1) \quad & \sqrt{3}(\sqrt{5} + 2) \\
 &= \sqrt{3} \times \sqrt{5} + \sqrt{3} \times 2 \quad \rightarrow \text{分配法則} \\
 &= \sqrt{15} + 2\sqrt{3}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (2) \quad & \sqrt{2}(\sqrt{6} - 5) \\
 &= \sqrt{2} \times \sqrt{6} - \sqrt{2} \times 5 \quad \rightarrow \text{分配法則} \\
 &= \sqrt{2} \times \sqrt{2} \times \sqrt{3} - 5\sqrt{2} \\
 &= 2\sqrt{3} - 5\sqrt{2}
 \end{aligned}$$

【問 2】 次の計算をしなさい。

$$\begin{aligned}
 (1) \quad & \sqrt{3}(\sqrt{5} + 1) \\
 &= \sqrt{15} + \sqrt{3}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (2) \quad & \sqrt{3}(\sqrt{6} - 3) \\
 &= 3\sqrt{2} - 3\sqrt{3}
 \end{aligned}$$

練習問題

1 次の計算をしなさい。

$$\begin{aligned}(1) \quad 5\sqrt{2} + \frac{4}{\sqrt{2}} \\ = 5\sqrt{2} + 2\sqrt{2} \\ = 7\sqrt{2}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(2) \quad \frac{\sqrt{24}}{3} - \frac{1}{\sqrt{6}} \\ = \frac{2\sqrt{6}}{3} - \frac{\sqrt{6}}{6} = \frac{4\sqrt{6}}{6} - \frac{\sqrt{6}}{6} \\ = \frac{3\sqrt{6}}{6} = \frac{\sqrt{6}}{2}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(3) \quad \sqrt{5} - \frac{2}{\sqrt{5}} \\ = \sqrt{5} - \frac{2\sqrt{5}}{5} = \frac{5\sqrt{5} - 2\sqrt{5}}{5} \\ = \frac{3\sqrt{5}}{5}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(4) \quad 2\sqrt{3} + \frac{3}{\sqrt{3}} \\ = 2\sqrt{3} + \sqrt{3} \\ = 3\sqrt{3}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(5) \quad \sqrt{5} (\sqrt{6} - \sqrt{2}) \\ = \sqrt{30} - \sqrt{10}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(6) \quad \sqrt{3} (\sqrt{3} + \sqrt{2}) \\ = (\sqrt{3})^2 + \sqrt{6} \\ = 3 + \sqrt{6}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(7) \quad \sqrt{2} (1 - 3\sqrt{2}) \\ = \sqrt{2} - 3(\sqrt{2})^2 \\ = \sqrt{2} - 6\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(8) \quad \sqrt{3} (-\sqrt{6} + 7) \\ = \sqrt{3} (-\sqrt{3}\sqrt{2} + 7) \\ = -3\sqrt{2} + 7\sqrt{3}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(9) \quad \sqrt{3} (\sqrt{12} + 2\sqrt{18}) \\ = \sqrt{3} (2\sqrt{3} + 6\sqrt{2}) \\ = 6 + 6\sqrt{6}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(10) \quad (2 + \sqrt{27}) \times \sqrt{12} \\ = (2 + 3\sqrt{3}) \times 2\sqrt{3} \\ = 4\sqrt{3} + 6 \times (\sqrt{3})^2 \\ = 4\sqrt{3} + 18\end{aligned}$$

【ポイント】

根号をふくむ式も、乗法公式を使って、計算することができる。

(教科書 P.54 を確認しよう。)

【例題】 次の計算をなさい。

$$\begin{aligned}
 & (\sqrt{3} + 2)(\sqrt{3} + 5) \\
 &= (\sqrt{3})^2 + (2 + 5)\sqrt{3} + 2 \times 5 \quad \curvearrowright \text{乗法公式 1 } (x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab \\
 &= 3 + 7\sqrt{3} + 10 \\
 &= 13 + 7\sqrt{3}
 \end{aligned}$$

【問 1】 次の計算をなさい。

$$\begin{aligned}
 (1) \quad & (\sqrt{2} + 3)(\sqrt{2} - 9) \\
 &= 2 - 6\sqrt{2} - 27 \\
 &= -25 - 6\sqrt{2}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (2) \quad & (\sqrt{7} + \sqrt{3})(\sqrt{7} - \sqrt{3}) \\
 &= 7 - 3 \\
 &= 4
 \end{aligned}$$

【問 2】 次の計算をなさい。

$$\begin{aligned}
 (1) \quad & (\sqrt{5} - 8)(\sqrt{5} - 1) \\
 &= 5 - 9\sqrt{5} + 8 \\
 &= 13 - 9\sqrt{5}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (2) \quad & (\sqrt{3} + 6)^2 \\
 &= 3 + 12\sqrt{3} + 36 \\
 &= 39 + 12\sqrt{3}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (3) \quad & (\sqrt{6} - 2)(\sqrt{6} - 1) \\
 &= 6 - 3\sqrt{6} + 2 \\
 &= 8 - 3\sqrt{6}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (4) \quad & (2\sqrt{3} - \sqrt{7})^2 \\
 &= (2\sqrt{3})^2 - 2 \times 2\sqrt{3} \times \sqrt{7} + (\sqrt{7})^2 \\
 &= 12 - 4\sqrt{21} + 7 \\
 &= 19 - 4\sqrt{21}
 \end{aligned}$$

1 平方根の考えを使った解き方

【ポイント】

移行して整理することによって

$$ax^2 + bx + c = 0$$

の形に変形できる方程式を **2次方程式** という。

2次方程式を成り立たせる文字の値を、その方程式の **解** という。

2次方程式の解をすべて求めることを、2次方程式を **解く** という。

● $ax^2 + c = 0$ の形をした2次方程式

(教科書 P.70 を確認しよう。)

【例題】 $x^2 - 3 = 0$ を解きなさい。

$$x^2 - 3 = 0$$

$$x^2 = 3$$

$$x = \pm\sqrt{3}$$

→ 右辺に数字を移項する。
→ 右辺の平方根を考える。

【問1】 次の方程式を解きなさい。

(1) $x^2 - 10 = 0$

$$x^2 = 10$$

$$x = \pm\sqrt{10}$$

(2) $x^2 - 8 = 0$

$$x^2 = 8$$

$$x = \pm 2\sqrt{2}$$

(教科書 P.70 を確認しよう。)

【例題】 $9x^2 - 7 = 0$ を解きなさい。

$$9x^2 - 7 = 0$$

$$9x^2 = 7$$

$$x^2 = \frac{7}{9}$$

$$x^2 = \frac{(\sqrt{7})^2}{3^2}$$

$$x = \pm \frac{\sqrt{7}}{3}$$

→ 右辺に数字を移項する。
→ 両辺を x の係数でわる。
→ 右辺の平方根を考える。

【問2】 次の方程式を解きなさい。

(1) $4x^2 - 5 = 0$

$$4x^2 = 5$$

$$x^2 = \frac{5}{4}$$

$$x = \pm \frac{\sqrt{5}}{2}$$

(2) $25x^2 - 11 = 0$

$$25x^2 = 11$$

$$x^2 = \frac{11}{25}$$

$$x = \pm \frac{\sqrt{11}}{5}$$

● $(x + \blacktriangle)^2 = \bullet$ の形をした 2 次方程式

(教科書 P.71 を確認しよう。)

【例題】 $(x + 1)^2 = 4$ を解きなさい。

$x + 1$ を A とおくと, $A^2 = 4$
 A は 4 の平方根であるから $A = \pm 2$
すなわち $x + 1 = \pm 2$
これをそれぞれ計算すると $x + 1 = 2$ $x + 1 = -2$
 $x = 2 - 1$ $x = -2 - 1$
 $x = 1$, $x = -3$
したがって, $x = 1, x = -3$

【問 1】 次の方程式を解きなさい。

- (1) $(x - 2)^2 = 16$ (2) $(x + 5)^2 = 49$
 $x - 2 = \pm 4$ $x + 5 = \pm 7$
 $x - 2 = 4, x - 2 = -4$ $x + 5 = 7, x + 5 = -7$
 $x = 6, x = -2$ $x = 2, x = -12$

(教科書 P.71 を確認しよう。)

【例題】 $(x - 2)^2 - 3 = 0$ を解きなさい。

右辺に数字を移項すると, $(x - 2)^2 = 3$
すなわち $x - 2 = \pm\sqrt{3}$
したがって, $x = 2 \pm\sqrt{3}$

【問 2】 次の方程式を解きなさい。

- (1) $(x + 6)^2 - 6 = 0$ (2) $(x - 5)^2 - 18 = 0$
 $(x + 6)^2 = 6$ $(x - 5)^2 = 18$
 $x + 6 = \pm\sqrt{6}$ $x - 5 = \pm 3\sqrt{2}$
 $x = -6 \pm\sqrt{6}$ $x = 5 \pm 3\sqrt{2}$

【ポイント】

$x^2 + px + q = 0$ の形をした 2 次方程式は、 $(x + \blacktriangle)^2 = \bullet$ の形に変形すれば平方根の考え方を使って解くことができる。

● $x^2 + px + q = 0$ の形をした 2 次方程式の解き方

(教科書 P72 を確認しよう。)

【例題】 $x^2 + 6x - 2 = 0$ を解きなさい。

$$x^2 + 6x - 2 = 0$$

$$x^2 + 6x = 2$$

$$x^2 + 6x + 9 = 2 + 9$$

$$(x + 3)^2 = 11$$

$$x + 3 = \pm\sqrt{11}$$

$$x = -3 \pm \sqrt{11}$$

← 左辺が因数分解できないので右辺に数字を移項する。

← 両辺に x の係数 6 の $\frac{1}{2}$ の 2 乗を加える。

← 左辺を因数分解する。 $x^2 + 2ax + a^2 = (x + a)^2$

← 右辺の平方根を考える。

← 右辺に数字を移項する。

【問】 次の方程式を解きなさい。

(1) $x^2 + 6x - 1 = 0$

$$x^2 + 6x = 1$$

$$x^2 + 6x + 9 = 1 + 9$$

$$(x + 3)^2 = 10$$

$$x + 3 = \pm\sqrt{10}$$

$$x = -3 \pm \sqrt{10}$$

(2) $x^2 - 2x - 7 = 0$

$$x^2 - 2x = 7$$

$$x^2 - 2x + 1 = 7 + 1$$

$$(x - 1)^2 = 8$$

$$x - 1 = \pm 2\sqrt{2}$$

$$x = 1 \pm 2\sqrt{2}$$

(3) $x^2 + 10x - 2 = 0$

$$x^2 + 10x = 2$$

$$x^2 + 10x + 25 = 2 + 25$$

$$(x + 5)^2 = 27$$

$$x + 5 = \pm 3\sqrt{3}$$

$$x = -5 \pm 3\sqrt{3}$$

(4) $x^2 - 4x - 6 = 0$

$$x^2 - 4x = 6$$

$$x^2 - 4x + 4 = 6 + 4$$

$$(x - 2)^2 = 10$$

$$x - 2 = \pm\sqrt{10}$$

$$x = 2 \pm \sqrt{10}$$

練習問題

1 次の方程式を解きなさい。

(1) $x^2 - 5 = 0$

$$x^2 = 5$$

$$x = \pm\sqrt{5}$$

(2) $x^2 - 8 = 0$

$$x^2 = 8$$

$$x = \pm 2\sqrt{2}$$

(3) $9x^2 - 7 = 0$

$$9x^2 = 7$$

$$x^2 = \frac{7}{9}$$

$$x = \pm \frac{\sqrt{7}}{3}$$

(4) $25x^2 - 12 = 0$

$$25x^2 = 12$$

$$x^2 = \frac{12}{25}$$

$$x = \pm \frac{2\sqrt{3}}{5}$$

(5) $(x - 3)^2 = 81$

$$x - 3 = \pm 9$$

$$x - 3 = 9, x - 3 = -9$$

$$x = 12, x = -6$$

(6) $(x + 2)^2 = 25$

$$x + 2 = \pm 5$$

$$x + 2 = 5, x + 2 = -5$$

$$x = 3, x = -7$$

(7) $(x - 5)^2 - 3 = 0$

$$(x - 5)^2 = 3$$

$$x - 5 = \pm\sqrt{3}$$

$$x = 5 \pm\sqrt{3}$$

(8) $(x + 7)^2 - 6 = 0$

$$(x + 7)^2 = 6$$

$$x + 7 = \pm\sqrt{6}$$

$$x = -7 \pm\sqrt{6}$$

(9) $x^2 - 8x + 9 = 0$

$$x^2 - 8x = -9$$

$$x^2 - 8x + 16 = -9 + 16$$

$$(x - 4)^2 = 7$$

$$x - 4 = \pm\sqrt{7}$$

$$x = 4 \pm\sqrt{7}$$

(10) $x^2 + 12x + 28 = 0$

$$x^2 + 12x = -28$$

$$x^2 + 12x + 36 = -28 + 36$$

$$(x + 6)^2 = 8$$

$$x + 6 = \pm 2\sqrt{2}$$

$$x = -6 \pm 2\sqrt{2}$$

2 2次方程式の解の公式

【ポイント】

2次方程式 $ax^2 + bx + c = 0$ で、 a, b, c の値がわかれば
解の公式にそれぞれの値を代入して、解を求めることができる。

$$\text{解の公式} \quad x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

●解の公式を使って2次方程式を解く

(教科書 P.75 を確認しよう。)

【例題】 $2x^2 + 3x - 1 = 0$ を解きなさい。

解の公式に $a = 2, b = 3, c = -1$ を代入すると、

$$\begin{aligned} x &= \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4 \times 2 \times (-1)}}{2 \times 2} \\ &= \frac{-3 \pm \sqrt{9 + 8}}{4} \\ &= \frac{-3 \pm \sqrt{17}}{4} \end{aligned}$$

【問】 次の方程式を解きなさい。

(1) $2x^2 - 3x - 1 = 0$

$$\begin{aligned} x &= \frac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 - 4 \times 2 \times (-1)}}{2 \times 2} \\ &= \frac{3 \pm \sqrt{9 + 8}}{4} \\ &= \frac{3 \pm \sqrt{17}}{4} \end{aligned}$$

(2) $2x^2 - 5x - 1 = 0$

$$\begin{aligned} x &= \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 \times 2 \times (-1)}}{2 \times 2} \\ &= \frac{5 \pm \sqrt{25 + 8}}{4} \\ &= \frac{5 \pm \sqrt{33}}{4} \end{aligned}$$

(3) $3x^2 - 7x - 2 = 0$

$$\begin{aligned} x &= \frac{-(-7) \pm \sqrt{(-7)^2 - 4 \times 3 \times (-2)}}{2 \times 3} \\ &= \frac{7 \pm \sqrt{49 + 24}}{6} \\ &= \frac{7 \pm \sqrt{73}}{6} \end{aligned}$$

(4) $2x^2 - 4x + 1 = 0$

$$\begin{aligned} x &= \frac{-(-4) \pm \sqrt{(-4)^2 - 4 \times 2 \times 1}}{2 \times 2} \\ &= \frac{4 \pm \sqrt{16 - 8}}{4} \\ &= \frac{4 \pm \sqrt{8}}{4} \\ &= \frac{4 \pm 2\sqrt{2}}{4} \\ &= \frac{2 \pm \sqrt{2}}{2} \end{aligned}$$

【例題】 $x^2 - 6x + 5 = 0$ を解きなさい。

解の公式に $a = 1$, $b = -6$, $c = 5$ を代入して計算する。

$$\begin{aligned} x &= \frac{-(-6) \pm \sqrt{(-6)^2 - 4 \times 1 \times 5}}{2 \times 1} \\ &= \frac{6 \pm \sqrt{36 - 20}}{2} \\ &= \frac{6 \pm \sqrt{16}}{2} \\ &= \frac{6 \pm \sqrt{4^2}}{2} \\ &= \frac{6 \pm 4}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{すなわち} \quad x &= \frac{6+4}{2} \\ &= \frac{10}{2} \\ &= 5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x &= \frac{6-4}{2} \\ &= \frac{2}{2} \\ &= 1 \end{aligned}$$

したがって、 $x = 5$, $x = 1$

【問】 次の方程式を解きなさい。

(1) $x^2 + 3x + 2 = 0$

$$\begin{aligned} x &= \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4 \times 1 \times 2}}{2 \times 1} \\ &= \frac{-3 \pm \sqrt{9-8}}{2} \\ &= \frac{-3 \pm \sqrt{1}}{2} \\ &= \frac{-3 \pm 1}{2} \\ &= \frac{-2}{2}, \quad = \frac{-4}{2} \\ &= -1, \quad = -2 \end{aligned}$$

(2) $2x^2 + 3x - 2 = 0$

$$\begin{aligned} x &= \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4 \times 2 \times (-2)}}{2 \times 2} \\ &= \frac{-3 \pm \sqrt{9+16}}{4} \\ &= \frac{-3 \pm \sqrt{25}}{4} \\ &= \frac{-3 \pm 5}{4} \\ &= \frac{2}{4}, \quad = \frac{-8}{4} \\ &= \frac{1}{2}, \quad = -2 \end{aligned}$$

(3) $2x^2 - 5x + 2 = 0$

$$\begin{aligned} x &= \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 \times 2 \times 2}}{2 \times 2} \\ &= \frac{5 \pm \sqrt{25-16}}{4} \\ &= \frac{5 \pm \sqrt{9}}{4} \\ &= \frac{5 \pm 3}{4} \\ &= \frac{8}{4}, \quad = \frac{2}{4} \\ &= 2, \quad = \frac{1}{2} \end{aligned}$$

(4) $3x^2 - 5x - 2 = 0$

$$\begin{aligned} x &= \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 \times 3 \times (-2)}}{2 \times 3} \\ &= \frac{5 \pm \sqrt{25+24}}{6} \\ &= \frac{5 \pm \sqrt{49}}{6} \\ &= \frac{5 \pm 7}{6} \\ &= \frac{12}{6}, \quad = \frac{-2}{6} \\ &= 2, \quad = -\frac{1}{3} \end{aligned}$$

3 因数分解による解き方

●因数分解を使って2次方程式を解く

(教科書 P.77 を確認しよう。)

【例題】 $(x - 3)(x + 5) = 0$ を解きなさい。

$x - 3$ と $x + 5$ の積が0 となるためには、

$x - 3$ と $x + 5$ のどちらかが0 でなければいけない。

すなわち

$$x - 3 = 0, \text{ または } x + 5 = 0$$

数字を右辺に移項すると

$$x = 3, \quad x = -5$$

したがって、解は、

$$x = 3, x = -5$$

【問1】 次の方程式を解きなさい。

$$(1) \quad (x - 2)(x + 7) = 0$$

$$x - 2 = 0, x + 7 = 0$$

$$x = 2, x = -7$$

$$(2) \quad (x + 4)(x + 6) = 0$$

$$x + 4 = 0, x + 6 = 0$$

$$x = -4, x = -6$$

(教科書 P.78 を確認しよう。)

【例題】 $x^2 - 5x + 6 = 0$ を解きなさい。

$$x^2 - 5x + 6 = 0$$

$$(x - 3)(x - 2) = 0$$

← 左辺を因数分解する。 $x^2 + (a + b)x + ab = (x + a)(x + b)$

$$\text{すなわち, } x - 3 = 0 \quad \text{または, } x - 2 = 0$$

$$\text{したがって, } x = 3, x = 2$$

【問2】 次の方程式を解きなさい。

$$(1) \quad x^2 - 13x + 36 = 0$$

$$(x - 4)(x - 9) = 0$$

$$x - 4 = 0, x - 9 = 0$$

$$x = 4, x = 9$$

$$(2) \quad x^2 - 4x - 21 = 0$$

$$(x - 7)(x + 3) = 0$$

$$x - 7 = 0, x + 3 = 0$$

$$x = 7, x = -3$$

(教科書 P78 を確認しよう。)

【例題】 $x^2 - 4x + 4 = 0$ を解きなさい。

$$\begin{array}{lcl} x^2 - 4x + 4 = 0 & \rightarrow & \text{左辺を因数分解する。} \quad x^2 - 2ax + a^2 = (x - a)^2 \\ (x - 2)^2 = 0 & \rightarrow & (x - 2)^2 = (x - 2)(x - 2) \text{ なので } x \text{ の解は } 1 \text{ つだけになる。} \\ x - 2 = 0 & & \\ x = 2 & & \end{array}$$

【問 3】 次の方程式を解きなさい。

(1) $x^2 - 10x + 25 = 0$

$$(x - 5)^2 = 0$$

$$x - 5 = 0$$

$$x = 5$$

(2) $x^2 + 16x + 64 = 0$

$$(x + 8)^2 = 0$$

$$x + 8 = 0$$

$$x = -8$$

4 いろいろな2次方程式

●いろいろな2次方程式を解く

(教科書 P79 を確認しよう。)

【例題】 $(x - 3)(x + 1) = 12$ を解きなさい。

左辺を展開して、 $ax^2 + bx + c = 0$ の形に整理すると、

$$(x - 3)(x + 1) = 12$$

$$x^2 - 2x - 3 = 12$$

$$x^2 - 2x - 15 = 0$$

$$(x - 5)(x + 3) = 0$$

$$x - 5 = 0, \quad x + 3 = 0$$

$$x = 5, \quad x = -3$$

したがって、 $x = 5, x = -3$

→ 左辺を展開する。
→ 左辺に数字を移項し、まとめる。
→ 左辺を因数分解する。

【問 4】 次の方程式を解きなさい。

(1) $(x - 2)(x - 3) = 12$

$$x^2 - 5x + 6 = 12$$

$$x^2 - 5x - 6 = 0$$

$$(x - 6)(x + 1) = 0$$

$$x - 6 = 0, \quad x + 1 = 0$$

$$x = 6, \quad x = -1$$

(2) $(x - 1)(x + 9) = 8x$

$$x^2 + 8x - 9 = 8x$$

$$x^2 - 9 = 0$$

$$(x + 3)(x - 3) = 0$$

$$x + 3 = 0, \quad x - 3 = 0$$

$$x = -3, \quad x = 3$$

練習問題

1 次の方程式を解きなさい。

$$\begin{aligned}(1) \quad & (x-5)(x+3)=0 \\ & x-5=0, x+3=0 \\ & x=5, x=-3\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(2) \quad & (x+2)(x+4)=0 \\ & x+2=0, x+4=0 \\ & x=-2, x=-4\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(3) \quad & x(x-6)=0 \\ & x=0, x-6=0 \\ & x=0, x=6\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(4) \quad & x^2+12x+36=0 \\ & (x+6)^2=0 \\ & x+6=0 \\ & x=-6\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(5) \quad & x^2+6x+8=0 \\ & (x+4)(x+2)=0 \\ & x+4=0, x+2=0 \\ & x=-4, x=-2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(6) \quad & x^2-x-30=0 \\ & (x-6)(x+5)=0 \\ & x-6=0, x+5=0 \\ & x=6, x=-5\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(7) \quad & x^2-3x=0 \\ & x(x-3)=0 \\ & x=0, x-3=0 \\ & x=0, x=3\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(8) \quad & x^2+7x+10=0 \\ & (x+5)(x+2)=0 \\ & x+5=0, x+2=0 \\ & x=-5, x=-2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(9) \quad & x^2-8x+16=0 \\ & (x-4)^2=0 \\ & x-4=0 \\ & x=4\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(10) \quad & (x-5)(x+2)=8 \\ & x^2-3x-10=8 \\ & x^2-3x-18=0 \\ & (x-6)(x+3)=0 \\ & x-6=0, x+3=0 \\ & x=6, x=-3\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(11) \quad & (x-2)(x+1)=4 \\ & x^2-x-2=4 \\ & x^2-x-6=0 \\ & (x-3)(x+2)=0 \\ & x-3=0, x+2=0 \\ & x=3, x=-2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(12) \quad & (x+2)(2x-5)=0 \\ & x+2=0, 2x-5=0 \\ & x=-2, x=\frac{5}{2}\end{aligned}$$

練習問題

2 次の方程式を解きなさい。

(1) $x^2 - 5 = 0$

$$x^2 = 5$$

$$x = \pm\sqrt{5}$$

(2) $4x^2 - 7 = 0$

$$4x^2 = 7$$

$$x^2 = \frac{7}{4} \quad x = \pm \frac{\sqrt{7}}{2}$$

(3) $(x - 5)^2 = 16$

$$x - 5 = \pm 4$$

$$x = 5 \pm 4$$

$$x = 5 + 4, \quad x = 5 - 4$$

$$x = 9, \quad x = 1$$

(4) $(x + 3)^2 - 10 = 0$

$$(x + 3)^2 = 10$$

$$x + 3 = \pm\sqrt{10} \quad x = -3 \pm\sqrt{10}$$

(5) $2x^2 - 3x - 1 = 0$

$$x = \frac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 - 4 \times 2 \times (-1)}}{2 \times 2}$$

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{9+8}}{4}$$

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{17}}{4}$$

(6) $3x^2 - 8x + 2 = 0$

$$x = \frac{-(-8) \pm \sqrt{(-8)^2 - 4 \times 3 \times 2}}{2 \times 3}$$

$$x = \frac{8 \pm \sqrt{64-24}}{6} \quad x = \frac{8 \pm \sqrt{40}}{6}$$

$$x = \frac{8 \pm 2\sqrt{10}}{6} \quad x = \frac{4 \pm \sqrt{10}}{3}$$

(7) $(x - 5)(x + 2) = 0$

$$x - 5 = 0, \quad x + 2 = 0$$

$$x = 5, \quad x = -2$$

(8) $x^2 - 6x = 0$

$$x(x - 6) = 0$$

$$x = 0, \quad x - 6 = 0$$

$$x = 0, \quad x = 6$$

(9) $x^2 - 5x - 6 = 0$

$$(x - 6)(x + 1) = 0$$

$$x - 6 = 0, \quad x + 1 = 0$$

$$x = 6, \quad x = -1$$

(10) $2x^2 - 16x + 32 = 0$

$$x^2 - 8x + 16 = 0$$

$$(x - 4)^2 = 0$$

$$(x - 4) = 0$$

$$x = 4$$

(11) $(x + 3)(x - 5) = 9$

$$x^2 - 2x - 15 = 9$$

$$x^2 - 2x - 24 = 0$$

$$(x + 4)(x - 6) = 0$$

$$x + 4 = 0, \quad x - 6 = 0$$

$$x = -4, \quad x = 6$$

(12) $(2x + 1)(x - 3) = 1$

$$2x^2 - 5x - 3 = 1$$

$$2x^2 - 5x - 4 = 0$$

$$x = \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 \times 2 \times (-4)}}{2 \times 2}$$

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{25+32}}{4} \quad x = \frac{5 \pm \sqrt{57}}{4}$$

1 関数 $y = ax^2$ の式

[ポイント]

y が x の関数で、 $y = ax^2$ と表されるとき、 y は x の 2 乗に比例するという。

●関数 $y = ax^2$

(教科書 P.94 を確認しよう。)

【例題】 y は x の 2 乗に比例し、 $x = 2$ のとき $y = 8$ です。このとき、 y を x の式で表しなさい。

$$y \text{ は } x \text{ の 2 乗に比例するから } y = ax^2$$

$$x = 2 \text{ のとき } y = 8 \text{ であるから}$$

$$8 = a \times 2^2$$

$$a = 2$$

$$\text{したがって } y = 2x^2$$

$$\text{答 } y = 2x^2$$

【問 1】 y は x の 2 乗に比例するとき、次の場合について、 y を x の式で表しなさい。

(1) $x = 2$ のとき $y = 12$

$$y = ax^2$$

$$12 = a \times 2^2$$

$$12 = 4a$$

$$a = 3$$

$$\text{答え } y = 3x^2$$

(2) $x = 3$ のとき $y = 27$

$$y = ax^2$$

$$27 = a \times 3^2$$

$$27 = 9a$$

$$a = 3$$

$$\text{答え } y = 3x^2$$

(3) $x = -3$ のとき $y = 36$

$$y = ax^2$$

$$36 = a \times (-3)^2$$

$$36 = 9a$$

$$a = 4$$

$$\text{答え } y = 4x^2$$

【問 2】 y は x の 2 乗に比例し、 $x = 2$ のとき $y = -16$ です。このとき、 y を x の式で表しなさい。また、 $x = 5$ のときの y の値を求めなさい。

$$y = ax^2 \quad -16 = a \times 2^2 \quad -16 = 4a \quad a = -4 \quad \text{答え } y = -4x^2$$

$$y = -4x^2 \quad y = -4 \times 5^2 \quad y = -4 \times 25 \quad \text{答え } y = -100$$

2 関数 $y = ax^2$ の値の変化 (変域)

● x の変域に対応する y の変域

(教科書 P.103 を確認しよう。)

【例題】 関数 $y = x^2$ について、 x の変域が $-1 \leq x \leq 2$ のときの y の変域を求めなさい。

グラフを利用して考えると、このグラフで $-1 \leq x \leq 2$

に対応する部分は右の図の太い線の部分であるから、

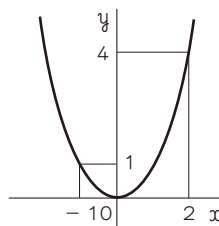
y は $x = 0$ のとき、最小値 0

$x = 2$ のとき、最大値 4

をとることが分かる。

したがって、求める y の変域は

$$0 \leq y \leq 4$$



【問 1】 関数 $y = 2x^2$ について、 x の変域が次の (1) (2) のときの y の変域を求めなさい。

(1) $2 \leq x \leq 4$

$x = 3$ のとき

$$y = 2 \times 3^2 \quad y = 18$$

$x = 4$ のとき

$$y = 2 \times 4^2 \quad y = 32$$

答え $18 \leq y \leq 32$

(2) $-2 \leq x \leq 1$

$x = -2$ のとき

$$y = 2 \times (-2)^2 \quad y = 8$$

$x = 0$ のとき

$$y = 0$$

答え $0 \leq y \leq 8$

【問 2】 次の (1) ~ (3) の関数で、 x の変域がそれぞれ () の中の式であたえられているとき、 y の変域を求めなさい。

(1) $y = 3x^2$ ($1 \leq x \leq 5$)

$$x = 1 \text{ のとき } y = 3 \times 1^2 \quad y = 3 \quad x = 5 \text{ のとき } y = 3 \times 5^2 \quad y = 75$$

答え $3 \leq y \leq 75$

(2) $y = -x^2$ ($-1 \leq x \leq 1$)

$$x = 1 \text{ のとき } y = -1 \times 1^2 \quad y = -1 \quad x = 0 \text{ のとき } y = 0$$

答え $-1 \leq y \leq 0$

(3) $y = -\frac{1}{2}x^2$ ($-4 \leq x \leq 2$)

$$x = -4 \text{ のとき } y = -\frac{1}{2} \times (-4)^2 \quad y = -8 \quad x = 0 \text{ のとき } y = 0$$

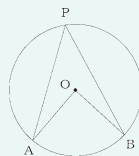
答え $-8 \leq y \leq 0$

1 円周角の定理

【ポイント】

1つの弧に対する円周角の大きさは一定であり、その弧に対する中心角の半分である。

$$\angle APB = \frac{1}{2} \angle AOB$$



(教科書 P.162 を確認しよう。)

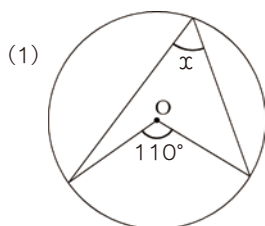
【例題】 下の図で $\angle x$ の大きさを求めなさい。



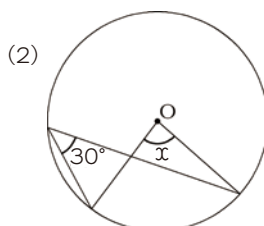
$$\begin{aligned} \angle x &= \frac{1}{2} \times 86 \\ &= 43 \end{aligned}$$

答え $\angle x = 43^\circ$

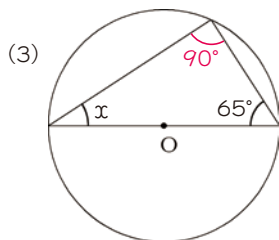
【問】 下の図で、 $\angle x$ の大きさを求めなさい。



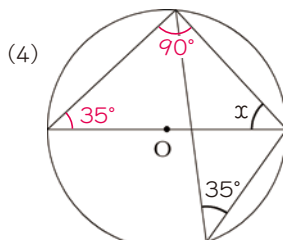
$$\begin{aligned} \angle x &= 110^\circ \div 2 \\ \angle x &= 55^\circ \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} \angle x &= 30^\circ \times 2 \\ \angle x &= 60^\circ \end{aligned} \quad 30^\circ = \angle x \div 2$$



$$\begin{aligned} \angle x &= 180^\circ - 65^\circ - 90^\circ \\ \angle x &= 25^\circ \end{aligned}$$



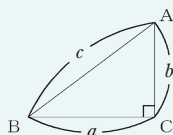
$$\begin{aligned} \angle x &= 180^\circ - 90^\circ - 35^\circ \\ \angle x &= 55^\circ \end{aligned}$$

1 三平方の定理

【ポイント】

直角三角形の直角をはさむ2辺の長さを a , b , 斜辺の長さを c とすると、次の関係が成り立つ。

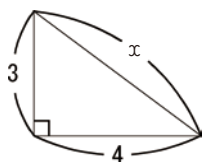
$$a^2 + b^2 = c^2$$



【問】 下の図で、 x の値を求めなさい。

(教科書 P.181 を確認しよう。)

(1)

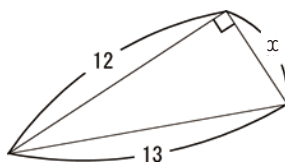


$$x^2 = 3^2 + 4^2$$

$$x^2 = 25$$

$$x > 0 \text{ だから } x = 5$$

(2)



$$x^2 + 12^2 = 13^2$$

$$x^2 = 25$$

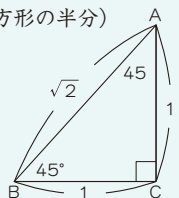
$$x > 0 \text{ だから } x = 5$$

【ポイント】

下の図のような特別な直角三角形の3つの辺の長さには、決まった比があります。

① 90° , 45° , 45° の直角三角形

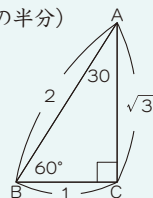
(正方形の半分)



$$AC : BC : AB = 1 : 1 : \sqrt{2}$$

② 90° , 60° , 30° の直角三角形

(正三角形の半分)

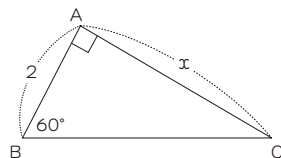


$$BC : AB : AC = 1 : 2 : \sqrt{3}$$

【問】 下の図で x の値を求めなさい。

(教科書 P.187 を確認しよう。)

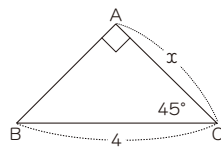
(1)



$$2 : x = 1 : \sqrt{3}$$

$$x = 2\sqrt{3}$$

(2)



$$x : 4 = 1 : \sqrt{2}$$

$$\sqrt{2}x = 4$$

$$x = \frac{4}{\sqrt{2}}$$

$$x = \frac{4 \times \sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}}$$

$$x = \frac{2 \times \sqrt{2}}{2} = 2\sqrt{2}$$

確認問題 1

1 次の計算をしなさい。

$$(1) \quad 3x(x-4y) \\ = 3x^2 - 12xy$$

$$(2) \quad (6a^2 - 12a) \div (-3a) \\ = -2a + 4$$

2 次の式を展開しなさい。

$$(1) \quad (x+7)(x+5) \\ = x^2 + 12x + 35$$

$$(2) \quad (x-8)(x+3) \\ = x^2 - 5x - 24$$

$$(3) \quad (x+6)^2 \\ = x^2 + 12x + 36$$

$$(4) \quad (x+4)(x-4) \\ = x^2 - 16$$

3 次の式を因数分解しなさい。

$$(1) \quad 3x - 3y \\ = 3(x - y)$$

$$(2) \quad 3x^2y - 6xy^2 \\ = 3xy(x - 2y)$$

$$(3) \quad x^2 - 6x + 5 \\ = (x-1)(x-5)$$

$$(4) \quad x^2 + 2x - 15 \\ = (x-3)(x+5)$$

$$(5) \quad x^2 - 6x + 9 \\ = (x-3)^2$$

$$(6) \quad x^2 - 25 \\ = (x+5)(x-5)$$

4 次の2次方程式を解きなさい。

$$(1) \quad (x-3)(x+7) = 0 \\ x-3=0, \quad x+7=0 \\ x=3, \quad x=-7$$

$$(2) \quad x^2 - 2x - 15 = 0 \\ (x-5)(x+3) = 0 \\ x-5=0, \quad x+3=0 \\ x=5, \quad x=-3$$

$$(3) \quad x^2 - 12x + 36 = 0 \\ (x-6)^2 = 0 \\ x-6=0 \\ x=6$$

$$(4) \quad x^2 - 16 = 0 \\ (x+4)(x-4) = 0 \\ x+4=0, \quad x-4=0 \\ x=\pm 4$$

$$(5) \quad 2x^2 + 3x - 1 = 0 \\ x = \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4 \times 2 \times (-1)}}{2 \times 2} \\ x = \frac{-3 \pm \sqrt{9 - (-8)}}{4} \\ x = \frac{-3 \pm \sqrt{17}}{4}$$

$$(6) \quad 2x^2 - 7x + 3 = 0 \\ x = \frac{-(-7) \pm \sqrt{(-7)^2 - 4 \times 2 \times 3}}{2 \times 2} \\ x = \frac{7 \pm \sqrt{49 - 24}}{4} \\ x = \frac{7 \pm \sqrt{25}}{4} \quad x = \frac{7 \pm 5}{4} \\ x = \frac{12}{4}, \quad x = \frac{2}{4} \\ x = 3, \quad x = \frac{1}{2}$$

確認問題 2

1 次の計算をしなさい。

$$(1) \sqrt{3} \times \sqrt{15} \\ = \sqrt{3} \times \sqrt{3} \times \sqrt{5} = (\sqrt{3})^2 \times \sqrt{5} = 3\sqrt{5}$$

$$(3) \sqrt{42} \div \sqrt{6} \\ = \sqrt{\frac{42}{6}} = \sqrt{7}$$

$$(2) \sqrt{14} \times \sqrt{35} \\ = \sqrt{2} \times \sqrt{7} \times \sqrt{7} \times \sqrt{5} = (\sqrt{7})^2 \times \sqrt{2} \times \sqrt{5} = 7\sqrt{10}$$

$$(4) \sqrt{72} \div \sqrt{3} \\ = \sqrt{\frac{72}{3}} = \sqrt{24} = \sqrt{2^2 \times 6} = 2\sqrt{6}$$

2 次の計算をしなさい。

$$(1) 3\sqrt{5} + 2\sqrt{5} \\ = (3+2)\sqrt{5} \\ = 5\sqrt{5}$$

$$(3) -4\sqrt{3} + \sqrt{3} + 5\sqrt{3} \\ = (-4+1+5)\sqrt{3} \\ = 2\sqrt{3}$$

$$(5) 6\sqrt{2} + 1 + 2\sqrt{2} - 3 \\ = (6+2)\sqrt{2} + 1 - 3 \\ = 8\sqrt{2} - 2$$

$$(2) \sqrt{2} - 4\sqrt{2} \\ = (1-4)\sqrt{2} \\ = -3\sqrt{2}$$

$$(4) 5\sqrt{7} - \sqrt{5} - 3\sqrt{7} \\ = (5-3)\sqrt{7} - \sqrt{5} \\ = 2\sqrt{7} - \sqrt{5}$$

$$(6) 6 + 3\sqrt{6} - 5 - 2\sqrt{6} \\ = (3-2)\sqrt{6} + 6 - 5 \\ = \sqrt{6} + 1$$

3 次の計算をしなさい。

$$(1) 3\sqrt{18} + \sqrt{32} \\ = 3 \times \sqrt{3^2 \times 2} + \sqrt{4^2 \times 2} \\ = 3 \times 3\sqrt{2} + 4\sqrt{2} \\ = 9\sqrt{2} + 4\sqrt{2} \\ = 13\sqrt{2}$$

$$(2) \sqrt{27} - \sqrt{48} \\ = 3\sqrt{3} - 4\sqrt{3} \\ = -\sqrt{3}$$

4 次の計算をしなさい。

$$(1) 4\sqrt{2} + \frac{2}{\sqrt{2}} \\ = 4\sqrt{2} + \frac{2 \times \sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = 4\sqrt{2} + \frac{2\sqrt{2}}{2} = 5\sqrt{2}$$

$$(2) \frac{\sqrt{27}}{3} - \frac{6}{\sqrt{3}} \\ = \frac{3\sqrt{3}}{3} - \frac{6 \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = \sqrt{3} - \frac{6\sqrt{3}}{3} = -\sqrt{3}$$

5 次の計算をしなさい。

$$(1) \sqrt{5} (\sqrt{3} - 1) \\ = \sqrt{5} \times \sqrt{3} - \sqrt{5} \times 1 = \sqrt{15} - \sqrt{5}$$

$$(3) (\sqrt{2} - 3) (\sqrt{2} + 4) \\ = (\sqrt{2})^2 + (-3+4)\sqrt{2} - 3 \times 4 \\ = 2 + \sqrt{2} - 12 = \sqrt{2} - 10$$

$$(5) (\sqrt{6} - \sqrt{2})^2 \\ = (\sqrt{6})^2 - 2 \times \sqrt{6} \times \sqrt{2} + (\sqrt{2})^2 \\ = 6 - 4\sqrt{3} + 2 = -4\sqrt{3} + 8$$

$$(2) \sqrt{3} (\sqrt{6} + \sqrt{2}) \\ = \sqrt{3} \times \sqrt{6} + \sqrt{3} \times \sqrt{2} = 3\sqrt{2} + \sqrt{6}$$

$$(4) (\sqrt{3} + 2)^2 \\ = (\sqrt{3})^2 + 2 \times 2 \times \sqrt{3} + 2^2 \\ = 3 + 4\sqrt{3} + 4 = 4\sqrt{3} + 7$$

$$(6) (\sqrt{7} + \sqrt{5})(\sqrt{7} - \sqrt{5}) \\ = (\sqrt{7})^2 - (\sqrt{5})^2 \\ = 7 - 5 = 2$$

確認問題 3

1 次の方程式を解きなさい。

(1) $x^2 - 5 = 0$

$x^2 = 5 \quad x = \pm\sqrt{5}$

(3) $(x + 3)^2 = 36$

$x + 3 = \pm 6 \quad x = -3 \pm 6 \quad x = 3, x = -9$

(5) $x^2 + 2x - 4 = 0$

$x^2 + 2x = 4 \quad (x+1)^2 = 5$

$x + 1 = \pm\sqrt{5} \quad x = -1 \pm\sqrt{5}$

(2) $9x^2 - 2 = 0$

$9x^2 = 2 \quad x^2 = \frac{2}{9} \quad x = \pm \frac{\sqrt{2}}{3}$

(4) $(x - 1)^2 - 3 = 0$

$(x-1)^2 = 3 \quad x-1 = \pm\sqrt{3} \quad x = 1 \pm\sqrt{3}$

(6) $x^2 - 4x - 3 = 0$

$x^2 - 4x = 3 \quad (x-2)^2 = 7$

$x - 2 = \pm\sqrt{7} \quad x = 2 \pm\sqrt{7}$

2 次の方程式を解きなさい。

(1) $3x^2 - 3x - 1 = 0$

$$x = \frac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 - 4 \times 3 \times (-1)}}{2 \times 3}$$

$$= \frac{3 \pm \sqrt{21}}{6}$$

(2) $2x^2 + 5x - 1 = 0$

$$x = \frac{-5 \pm \sqrt{5^2 - 4 \times 2 \times (-1)}}{2 \times 2}$$

$$= \frac{-5 \pm \sqrt{33}}{4}$$

3 次の方程式を解きなさい。

(1) $(x - 1)(x + 4) = 0$

$x - 1 = 0 \quad x + 4 = 0$
 $x = 1, \quad x = -4$

(3) $x^2 + 4x - 12 = 0$

$(x+6)(x-2) = 0$
 $x = -6, \quad x = 2$

(5) $x^2 + 5x = 0$

$x(x+5) = 0$
 $x = 0, \quad x = -5$

(2) $(x + 3)(x + 5) = 0$

$x + 3 = 0 \quad x + 5 = 0$
 $x = -3, \quad x = -5$

(4) $x^2 - 6x + 9 = 0$

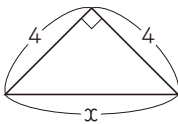
$(x-3)^2 = 0$
 $x = 3$

(6) $2x^2 - 4x + 2 = 0$

$2(x^2 - 2x + 1) = 0$
 $(x-1)^2 = 0$
 $x = 1$

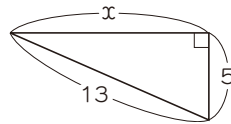
4 下の図で x の値を求めなさい。

(1)



$x^2 = 4^2 + 4^2 \quad x^2 = 32 \quad x = \pm 4\sqrt{2}$
 $x > 0$ なので $x = 4\sqrt{2}$

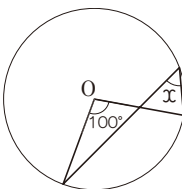
(2)



$x^2 + 5^2 = 13^2 \quad x^2 = 144 \quad x = \pm 12$
 $x > 0$ なので $x = 12$

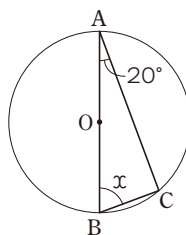
5 下の図で $\angle x$ の大きさを求めなさい。

(1)



$\angle x = 100^\circ \times \frac{1}{2}$
 $\angle x = 50^\circ$

(2)

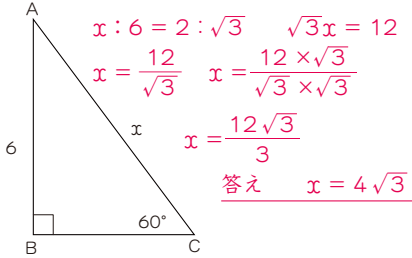


$\angle ACB = 180^\circ \times \frac{1}{2}$
 $= 90^\circ$
 $\triangle ACB$ において、
 $\angle x + 20^\circ + 90^\circ = 180^\circ$
 $\angle x = 70^\circ$

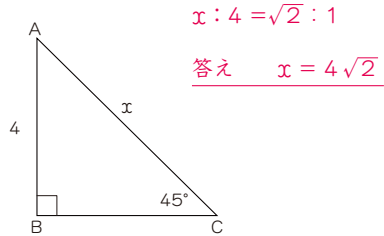
確認問題 4

1 次の x の値を求めなさい。

(1)



(2)

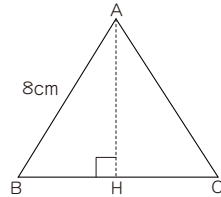


2 右の図の正三角形ABCについて、次の各問いに答えなさい。 $4 : AH = 1 : \sqrt{3}$ $AH = 4\sqrt{3}$

(1) 高さを求めなさい。

$$\begin{aligned}
 AB : AH &= 2 : \sqrt{3} \\
 8 : AH &= 2 : \sqrt{3} \\
 2AH &= 8\sqrt{3} \\
 A &= 4\sqrt{3}
 \end{aligned}$$

答え $4\sqrt{3}\text{cm}$



(2) 面積を求めなさい。

$$\begin{aligned}
 (\text{三角形の面積}) &= (\text{底辺}) \times (\text{高さ}) \times \frac{1}{2} \\
 &= 8 \times 4\sqrt{3} \times \frac{1}{2} \\
 &= 16\sqrt{3}
 \end{aligned}$$

答え $16\sqrt{3}\text{cm}^2$

3 y は x の2乗に比例するとき、次の場合について、 y を x の式で表しなさい。

(1) $x = 2$ のとき $y = 16$

$$\begin{aligned}
 y &= ax^2 \\
 16 &= a \times 2^2 & 16 &= 4a \\
 a &= 4 & \text{答え } y &= 4x^2
 \end{aligned}$$

(2) $x = \frac{1}{2}$ のとき $y = 3$

$$\begin{aligned}
 y &= ax^2 \\
 3 &= a \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 & 3 &= a \times \frac{1}{4} \\
 a &= 12 & \text{答え } y &= 12x^2
 \end{aligned}$$

4 次の(1)～(2)の関数で、 x の変域がそれぞれ()の中の式であたえられているとき、 y の変域を求めなさい。

(1) $y = 2x^2$ ($2 \leq x \leq 4$)

$$\begin{aligned}
 x = 2 \text{ のとき } y &= 2 \times 2^2 & y &= 8 \\
 x = 4 \text{ のとき } y &= 2 \times 4^2 & y &= 32 \\
 \text{答え } 8 &\leq y \leq 32
 \end{aligned}$$

(2) $y = \frac{1}{4}x^2$ ($-2 \leq x \leq 4$)

$$\begin{aligned}
 x = 2 \text{ のとき } y &= \frac{1}{4} \times 4^2 & y &= 4 \\
 x = 0 \text{ のとき } y &= 0 \\
 \text{答え } 0 &\leq y \leq 4
 \end{aligned}$$

平成27年度「草加っ子の基礎・基本」

「数学3年生」検証問題【解答】

3年 組 番 名前〔 〕

① 次の計算をしましょう。

(1) $\sqrt{7} \times \sqrt{3}$

$$\sqrt{21}$$

(2) $-\sqrt{2} \times \sqrt{5}$

$$-\sqrt{10}$$

(3) $\sqrt{42} \div \sqrt{7}$

$$\sqrt{6}$$

(4) $-\sqrt{15} \div \sqrt{3}$

$$-\sqrt{5}$$

(5) $3\sqrt{2} + 4\sqrt{2}$

$$7\sqrt{2}$$

(6) $8\sqrt{7} - 3\sqrt{7}$

$$5\sqrt{7}$$

(7) $\sqrt{32} + 3\sqrt{2}$

$$7\sqrt{2}$$

(8) $5\sqrt{3} - \sqrt{27}$

$$2\sqrt{3}$$

② 次の計算をしましょう。

(1) $3x(x+4y)$

$$3x^2 + 12xy$$

(2) $(36x^2 + 12x) \div 6x$

$$6x + 2$$

④ 次の式を因数分解しましょう。

(1) $4x + 4y$

$$4(x+y)$$

(2) $x^2 + 7x$

$$x(x+7)$$

(3) $x^2 + 7x + 10$

$$(x+2)(x+5)$$

(4) $x^2 + 5x - 24$

$$(x+8)(x-3)$$

(5) $x^2 + 8x + 16$

$$(x+4)^2$$

(6) $x^2 - 36$

$$(x+6)(x-6)$$

⑤ 次の2次方程式を解きましょう。

(1) $(x-2)(x-9) = 0$

$$x=2, x=9$$

(2) $x^2 + 9x + 20 = 0$

$$x=-5, x=-4$$

(3) $x^2 - 16x + 64 = 0$

$$x=8$$

(4) $(x-3)^2 = 5$

$$x=3 \pm \sqrt{5}$$

③ 次の式を展開しましょう。

(1) $(x+3)(x+4)$

$$x^2 + 7x + 12$$

(2) $(x+7)(x-4)$

$$x^2 + 3x - 28$$

(3) $(x+7)^2$

$$x^2 + 14x + 49$$

(4) $(x+5)(x-5)$

$$x^2 - 25$$

(5) $2x^2 + 5x - 1 = 0$

$$x = \frac{-5 \pm \sqrt{33}}{4}$$